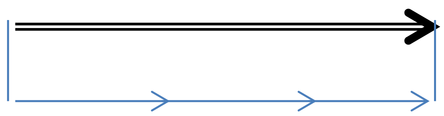
UNIVERSITÉ PARIS SUD
IUT DE CACHAN

Département
Génie Mécanique et Productique

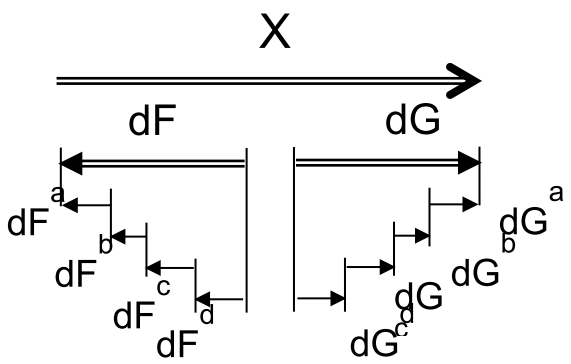
Stage de formation
COTATION ISO

Chaînes de cotes

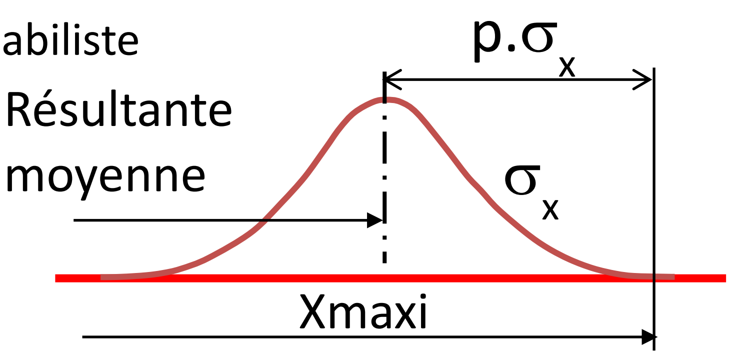
1D



3D



Probabiliste



Bernard ANSELMETTI

Juin 2016

CHAINES DE COTES

Bernard ANSELMETTI

1 - DEMARCHE CHAINE DE COTES

Les chaînes de cotes permettent de vérifier que toutes les exigences fonctionnelles du mécanisme seront bien respectées en allouant les tolérances les plus larges possibles.

Toutes les chaînes de cotes doivent être traitées par une seule personne ou dans une seule base de données pour éviter que des personnes différentes traitent les chaînes de cotes avec des hypothèses ou des tolérances différentes.

Le travail se décompose en deux parties :

- La cotation d'assemblage des jonctions qui imposent les conditions au maximum de matière
- Les chaînes de cotes qui imposent des maillons entre les jonctions avec des conditions au minimum de matière.

La relation obtenue permet au concepteur de choisir les tolérances et de vérifier si l'exigences sera bien vérifiée.

L'optimisation des tolérances est un travail plus complexe qui impose de disposer de toutes les relations de transfert de cotes, pour optimiser les dimensions nominales du modèle afin de maximiser toutes les capabilités des moyens de production.

2 - COTATION DES JONCTIONS

2 - 1 Recherche des exigences dans les jonctions

Les exigences dans les jonctions sont données par le tableau de mise en position

Pièce ou bloc :	Repère :	Etat :	Auteur :
Embout	e	1	Martin
surface type	Plan	Cylindre	4 trous parallèles
	A e	B e	C e
interface	contact	jeu	jeu vis M4 serrage
surface type	Plan	Cylindre	4 taraudages
	D c	E c	F c
	Primaire	Secondaire	Tertiaire

Le tableau donne pour chaque liaison primaire, secondaire ou tertiaire, la nature des interfaces (contact, jeu ou serrage), et la nature des surfaces (plans, cylindres…).

Pour chaque liaison il y a une ou plusieurs conditions à respecter pour garantir la montabilité et la qualité de la jonction.

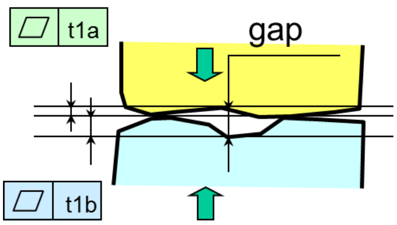
2 - 2 Gap dans une liaison surfacique

2 - 2 - 1 Liaison surfacique primaire

Le gap est la distance maxi entre deux surfaces lorsqu'elles sont en contact.

Si le gap est trop grand :

- Déformation de la pièce lors de l'assemblage
- Fuite
- Usure (s'il y a un mouvement relatif)



Gap = somme des tolérances de forme = t1a + t1b

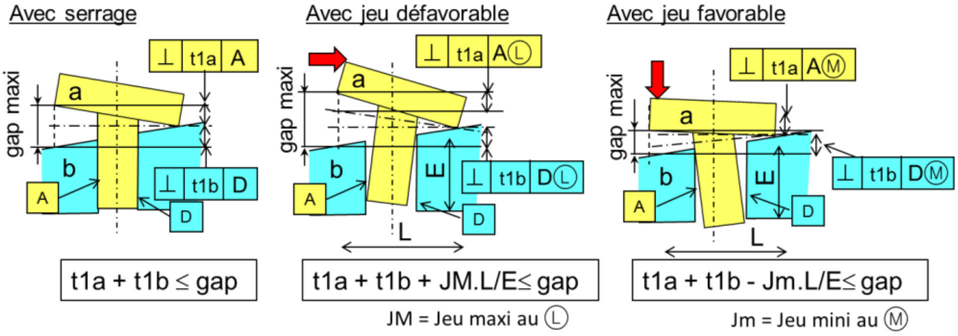
Il faut respecter la condition : gap ≤ gap maxi.

ex : t1a + t1b ≤ 0,04.

2 - 2 - 2 Liaison surfacique secondaire

Le gap va dépendre de la présence ou non de jeu dans la liaison primaire et des efforts appliqués.

- Si la liaison primaire est serrée, la pièce ne peut pas bouger. Le gap maxi est la somme des tolérances d'orientation.
- Si la liaison a du jeu, dans le cas général, les efforts peuvent faire basculer la pièce pour augmenter le gap. Je jeu primaire est donc défavorable. Les références sont au minimum de matière.
- Si la liaison adu jeu et si les efforts appliqués ont toujours tendance à rapprocher les surfaces en contact, le jeu primaire est favorable pour diminuer le gap. Les références sont au maximum de matière.



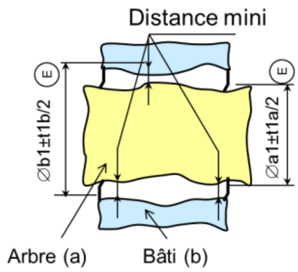
2 - 3 Liaison ajustement

2 - 3 - 1 Jeu dans une liaison primaire

Le jeu mini est le double de la distance mini entre les surfaces d'une liaison (la distance mini doit être maximisée).

Si le jeu est trop petit :
- Impossibilité d'assemblage,
- Lubrification insuffisante,
- Risque de grippage en cas de pollution.

Si le jeu est trop grand :
- Manque de précision du guidage,
- Fuite,
- Bruit,
- Laminage des surfaces de contact.



La montabilité de la liaison n'impose qu'une seule exigence de jeu mini. Le jeu maxi est indirectement imposé par une autre exigence de précision du guidage

Jeu mini = b1 - a1 - (t1a+t1b)/2

Il faut respecter la condition : jeu ≥ jeu mini. ex : jeu ≥ 0,02

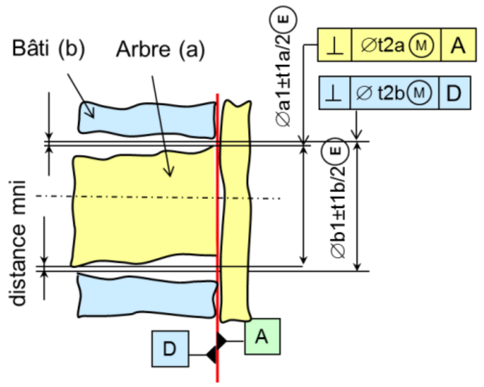
Le calcul du jeu maxi est souvent nécessaire pour traiter les chaînes de cotes passant par cette liaison.

Jeu maxi = b1 - a1 + (t1a+t1b)/2

2 - 3 - 2 Jeu dans une liaison secondaire ou tertiaire

Le jeu secondaire est le double de la distance entre les surfaces, tout en maintenant le contact primaire.
Le jeu mini est la différence des diamètres des états virtuels au maximum de matière

Si le jeu est trop petit, il est impossible de monter la pièce en la plaquant sur l'appui plan.



Il faut respecter la condition : jeu ≥ jeu mini. ex : jeu ≥ 0,02

b1-a1 - (t1a/2+t2a+t1n/2+t2b) ≥ jeu mini

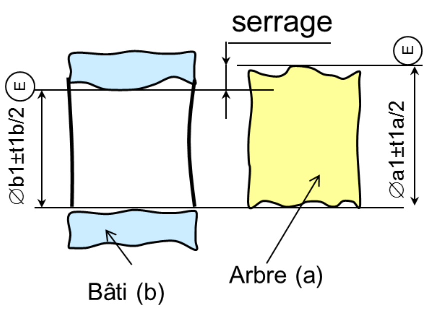
2 - 3 - 3 Serrage dans une liaison

Le serrage dans une liaison est la différence des diamètres des cylindres extérieurs matière.

serrage = ∅ arbre - ∅ alésage (positif)

Si le serrage est trop faible, la pièce n'est pas tenue.
Si le serrage est trop fort :

- Impossibilité d'assemblage,
- Coût d'assemblage,
- Détérioration de la pièce,
- Contraintes internes trop élevées.



Il faut respecter les deux conditions :

Serrage mini ≤ serrage ≤ serrage maxi

a1 - b1 + (t1a+t1b)/2 ≤ serrage maxi

a1 - b1 - (t1a+t1b)/2 ≥ serrage mini

Ex : serrage mini = 0,01 ; serrage maxi = 0,04

Un pion serré dans son support est en liaison primaire dans son support. La condition de montage doit être traitée avec ces relations.
Le serrage en liaison secondaire ou tertiaire est une liaison courte (sinon elle serait primaire). Les orientations n'interviennent pas. Les conditions pour assurer le serrage mini ou maxi sont identiques au serrage primaire.

2 - 4 Montabilité de pions et vis

2 - 4 - 1 Introduction

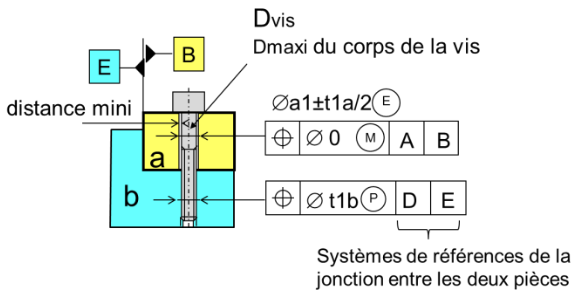
La cotation ISO est basée sur des localisations par rapport à des systèmes de références qui se retrouvent face à face sur chaque pièce. Les cotes encadrées doivent être identiques sur les deux pièces.
La condition d'assemblage suppose qu'il n'y a pas d'effort extérieur pour permettre à l'opérateur d'aligner, si possible, des axes nominaux face à face, aux écarts de localisations près

Pour une vis, la condition d'assemblage dépend du diamètre maxi du corps noté Dvis. En général, Dvis est égal au diamètre nominal, car l'ajustement sur ce diamètre est h (h13 ou h14 par exemple).

Les conditions proposées conviennent pour un nombre quelconques de trous.

2 - 4 - 2 Montabilité de vis

Chaque vis est centrée dans son trou taraudé avec un écart de localisation du taraudage dans la zone projetée. Les trous de passage doivent être assez gros pour laisser passer le corps de la vis de taille maxi en compensant le défaut de localisation du taraudage.

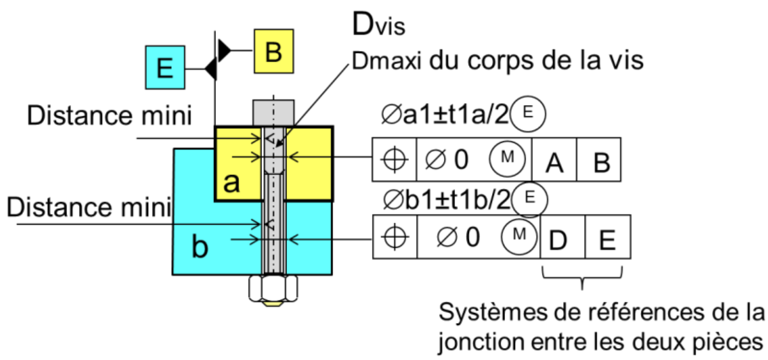


L'espace occupé par la vis est Dvis + t1b en raison de la tolérance de localisation du taraudage.
L'espace laissé libre par l'état virtuel au maximum de matière est a1-ta1/2.
Le jeu mini est le double de la distance mini entre le corps de la vis et le bord du trou.

$$\text{Jeu mini} = \underbrace{a1 - t1a/2}_{\text{Diamètre mini trous}} - \text{Dvis} - t1b$$

2 - 4 - 3 Montabilité de boulons

Les trous doivent être assez gros pour laisser passer le corps de la vis de taille maxi, avec des écarts de localisation des trous.

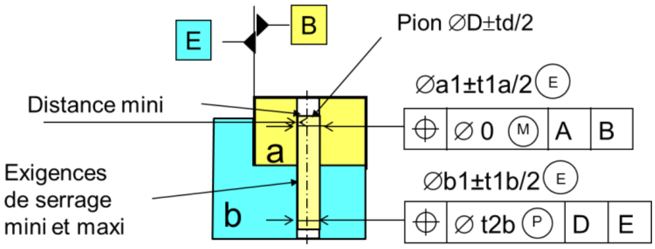


L'espace laissé libre par l'état virtuel au maximum de matière est a1-ta1/2 ou b1-tb1/2 sur chaque pièce.
La vis de diamètre maxi Dvis doit passer entre ces deux trous en position nominale.
Il y a une condition de distance mini pour chaque pièce. Le jeu mini est le double de la distance mini entre le corps de la vis et le bord du trou.

$$\text{Jeu mini} = a1 - t1a/2 - \text{Dvis}$$
$$\text{Jeu mini} = \underbrace{b1 - t1b/2}_{\text{Diamètre mini trous}} - \text{Dvis}$$

2 - 4 - 4 Montabilité de pions serrés dans une des pièces

Le pion est serré dans l'alésage du bâti. Il a un diamètre tolérancé propre ØD±td/2. Il est localisé dans la zone projetée avec une tolérance t2b.
Les trous de passage doivent être assez gros pour laisser passer le pion de taille maxi.



Condition de montabilité des pions dans le bâti :

Serrage mini = D-b1- (td+t1b)/2

Serrage maxi = D-b1+(td+t1b)/2

Condition de passage des pions dans les alésages de la pièce a. Le jeu mini est le double de la distance mini.

Jeu mini = a1-t1a/2 - D - td/2- t2b

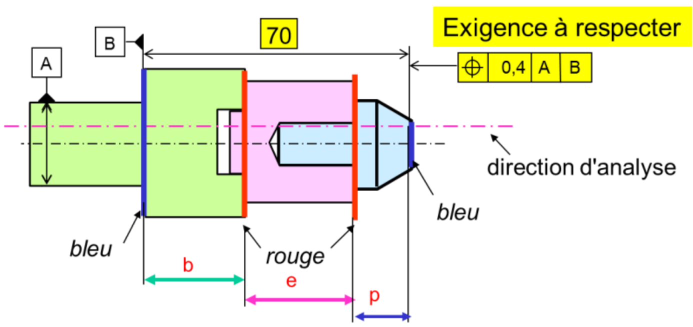
3 - CHAINE DE COTES 1D

3 - 1 Analyse de l'exigence fonctionnelle

Il s'agit de déterminer les spécifications ISO à imposer sur les pièces pour respecter l'exigence étudiée.

L'exigence fonctionnelle est imposée entre des **surfaces fonctionnelles terminales** selon une **direction d'analyse** pour une configuration donnée du mécanisme.

Dans cet exemple, l'exigence est définie avec les normes ISO par une localisation de la surface terminale de l'exigence par rapport à un système de références.



3 - 2 Chaîne de cotes 1D avec contacts directs entre pièces

3 - 2 - 1 Méthode de recherche intuitive des maillons de la chaîne de cotes

- supprimer "mentalement" toutes les pièces en conservant la position relative de la surface terminale par rapport au système de références (on suppose que les pièces sont magnétiques et qu'il n'y a aucun effort extérieur, donc elles tiennent sans aucun vissage).
- représenter en bleu la surface terminale et la référence perpendiculaires à la direction d'analyse.
- représenter en rouge et les surfaces de jonction perpendiculaires à la direction d'analyse.

Pour chaque pièce, il n'y a de 2 surfaces colorées par pièce.

Placer un maillon par pièce (conseil : noter le nom de la pièce au-dessus du maillon pour effectuer cette vérification)

Règles :

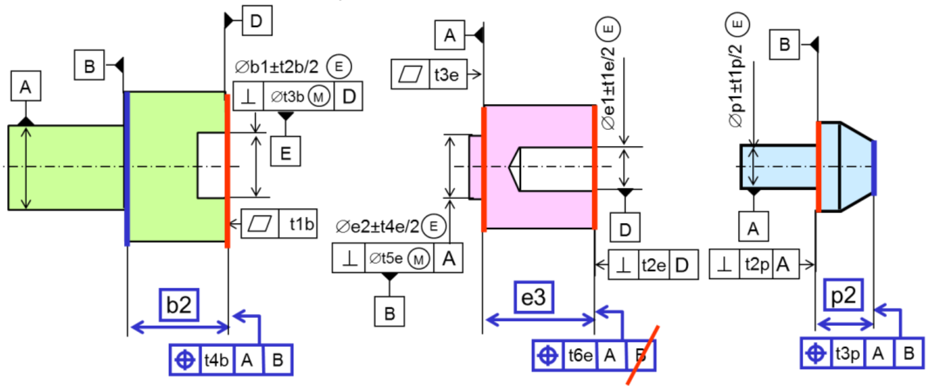
- Un maillon doit appartenir à une seule pièce
- Il n'y a qu'un seule maillon par pièce (pour une chaîne de cotes 1D)
- La chaine de cotes passe d'une surface terminale à l'autre, sans interruption en suivant la chaîne de cotes et en passant par les contacts entre les pièces.

3 - 2 - 2 Cotation des maillons de la chaîne de cotes

Suite à l'étape de cotation des jonctions, les dessins comportent déjà tous les systèmes de références utiles et la cotation interne aux jonctions.

Les maillons de la chaîne de cotes devraient déjà être en place avec la méthode QUICK_ GPS.

Sinon, sur chaque dessin
- Mettre en place les cotes encadrées qui correspondent aux maillons.
- localiser la surface d'appui par rapport au système de références principal A B si possible ou un autre système présent sur l'une des surfaces.
- Supprimer les références inutiles à droite des systèmes de références.



3 - 2 - 3 Relations de calcul de la résultante

La résultante moyenne peut être mesurée directement sur le modèle numérique ou calculé à partir des cotes encadrées. La valeur obtenue doit correspondre à la valeur nominale de l'exigence.

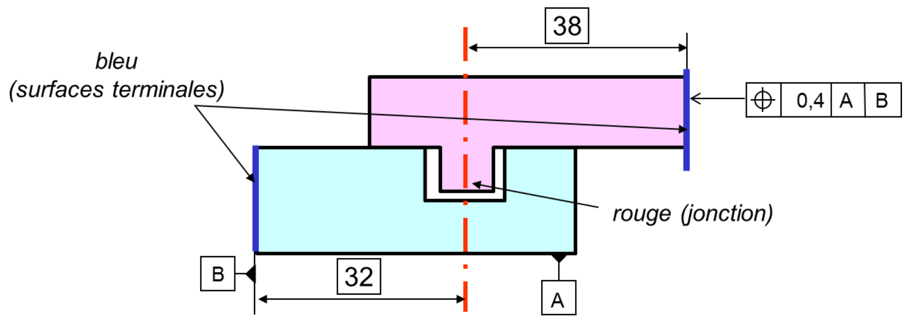
$$b2 + e3 + p2 = 70$$

Pour une chaîne de cotes unidirectionnelle, la variation de la résultante est la somme des tolérances.
Cette variation doit être inférieure à la tolérance de l'exigence.

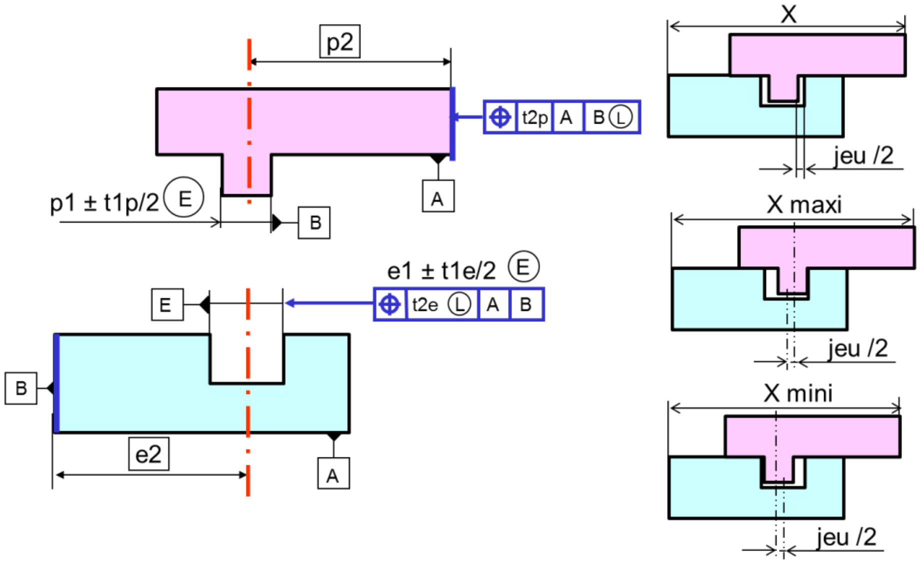
$$t4b + t6e + t3p \leq 0,4$$

3 - 3 Chaîne de cotes 1D avec jeu

Lorsqu'une chaîne de cotes passe par une jonction avec du jeu, les pièces sont considérées comme centrées au jeu près. Les plans médians ou les axes des pièces sont supposés. Les cotes encadrées passent par les axes ou les plans médians.



Le jeu étant défavorable à la précision de l'assemblage, la cotation est effectuée au minimum de matière. La chaîne de cote doit intégrer un maillon jeu maxi entre les états virtuels au minimum de matière.
Suivant que l'exigence est mini ou maxi, il faut ajouter ou retrancher le jeu maxi/2.



Pour cet exemple :

- Résultante moyenne : p2 + e2
- Jeu maxi (au minimum de matière) : e1 - p1 + t1e/2 + t2e + t1p/2
- X maxi = (p2 + e2) + t2p/2 + jeu maxi/2
- X mini = (p2 + e2) - t2p/2 - jeu maxi/2

3 - 4 Résumé de la méthode

Jeu, serrage et gap dans les liaisons

- Gap primaire = t1a + t1b (somme des tolérances de forme)
- Jeu primaire mini = b1 - a1 - (t1a+t1b)/2 (différence des diamètres au maxi matière)
- Jeu primaire maxi = b1 - a1 + (t1a+t1b)/2 (différence des diamètres au mini matière)
- serrage primaire maxi = a1 - b1 + (t1a+t1b)/2 (différence des diamètres au maxi matière)
- serrage primaire mini = a1 - b1 - (t1a+t1b)/2 (différence des diamètres au mini matière)
- Jeu secondaire mini = b1-a1 - (t1a/2+t2a+t1b/2+t2b) (différence des diamètres des états virtuels au maxi matière)

Jeu pour le montage des vis

- a1 – t1a/2 – Dmaxi vis – t1c ≥ jeu mini

Distance entre surfaces fonctionnelles

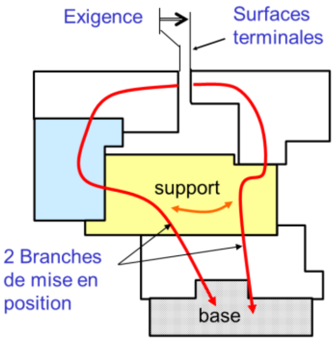
- La résultante nominale est la somme algébrique (avec signe) des cotes encadrées reliant ces surfaces (mesurable directement sur le modèle CAO de l'assemblage).
- La variation résultante est la somme des tolérances influentes.
- Résultante maxi = résultante nominale + variation/2
- Résultante mini = résultante nominale - variation/2
- Il faut un modificateur au minimum de matière (L) sur l'élément tolérancé et sur les références avec du jeu.

4 - INFLUENCE DES DEFAUTS ANGULAIRES

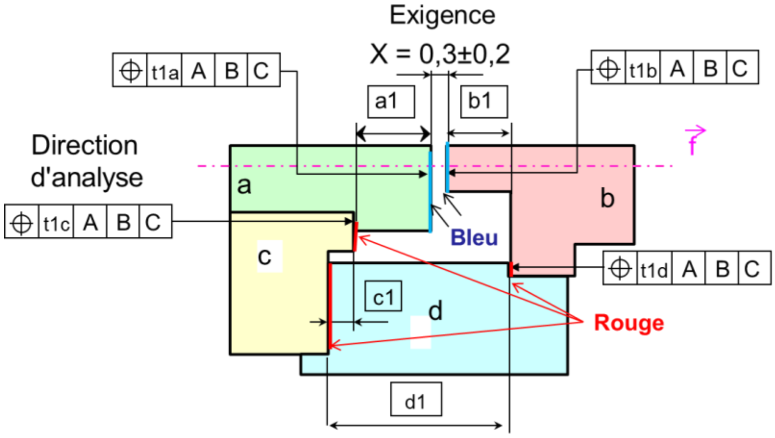
4 - 1 Calcul de la chaîne de cotes en 1D

Dans cet exemple, l'exigence fonctionnelle est une distance entre deux surfaces terminales appartenant à deux pièces différentes. Chaque surface terminale est mise en position par un empilage de pièces posée sur une pièce « support des deux empilages ».

Si le modèle CAO est construit au nominal centré, la valeur nominale de la résultante peut être mesurée sur le modèle en 3D.



L'exigence est définie dans la direction d'analyse f. La méthode 1D donne successivement les surfaces terminales en bleu, les surfaces de contact en rouge, les maillons, les cotes encadrées et les spécifications.



La résultante de la chaîne de cotes 1D est :

- X nominal = d1 – a1 - b1 – c1
- Variation de X = t1a + t1b + t1c + t1d

Conditions à respecter :

- Xmini = X nominal - (t1a + t1b + t1c + t1d) /2 ≥ 0,1
- Xmaxi = X nominal + (t1a + t1b + t1c + t1d) /2 ≤ 0,5

Ce modèle 1D est très pratiqué, mais il ne tient pas compte des effets angulaires dans les jonctions.

4 - 2 Calcul de la chaîne de cotes en 3D

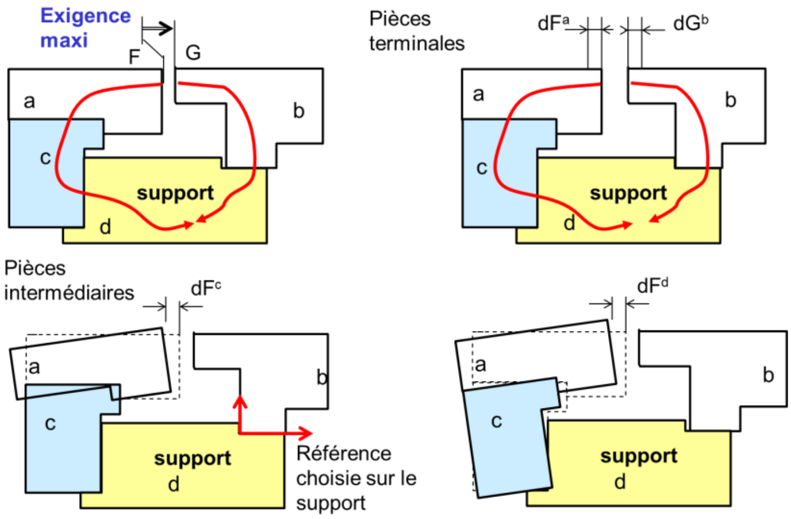
4 - 2 - 1 Principe du calcul

La méthode de calcul mise au point par B. Anselmetti s'appelle « Méthode des droites d'analyse ».

Le modèle nominal donne la valeur nominale de la résultante définie entre les points F et G.
L'objectif est de déterminer le déplacement maxi des points F et G induit par chaque jonction.
Les déplacements seront ensuite étudiés séparément, jonction par jonction, en considérant que toutes les autres pièces sont nominales. Cette méthode permet de déterminer s'il est nécessaire d'ajouter des spécifications d'orientation et de calculer les déplacements en fonction des tolérances.

Les défauts de localisation des surfaces terminales déplacent directement les points F et G respectivement de dF^a et dG^b.
Un défaut d'orientation de la face d'appui de la pièce c dans la jonction a/c déplace le point F de dF^c.
Un défaut d'orientation de la face d'appui de la pièce d dans la jonction c/d déplace le point F de dF^d.

La jonction de b/d n'a pas d'influence si le système de références de la pièce d est choisi sur cette jonction (il n'y a pas défaut d'une surface de référence par rapport à elle-même).



La relation obtenue pour la résultante maxi est la suivante :

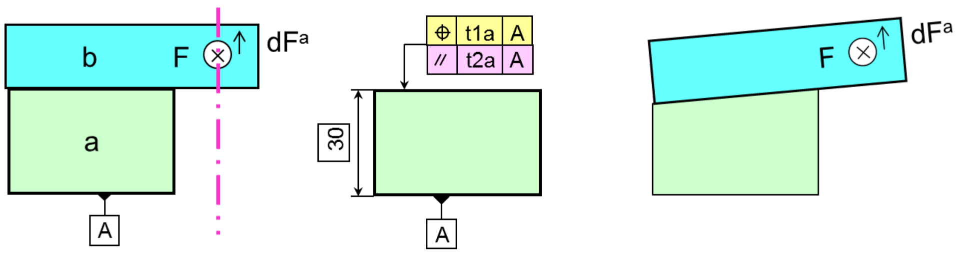
$$X \text{ maxi} = X \text{ nominal} + dF^a + dF^c + dF^d + dG^b \leq \text{Exigence maxi}$$

La méthode consiste à étudier chaque jonction élémentaire.

4 - 2 - 2 Comportement d'une liaison plane

La figure illustre un mécanisme décomposé en deux parties a et b, avec une jonction plane primaire entre a et b.
Le déplacement étudié est celui d'un point F dans la direction perpendiculaire au plan de contact.

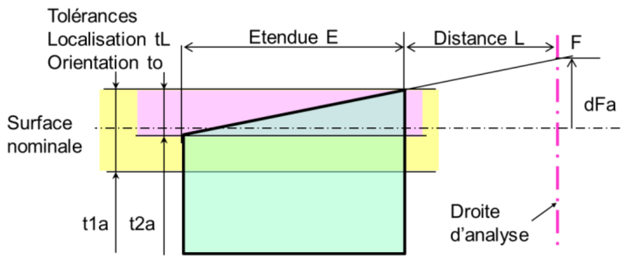
Le déplacement sera maximum lorsque la face d'appui sera inclinée. Pour maîtriser cette inclinaison, la pièce d'appui doit recevoir une localisation et une orientation.



La figure suivante montre les deux zones de tolérances de la pièce a. Le trait incliné représente le plan de référence de la pièce b.

L'hypothèse de la méthode des droites d'analyse est : Quels que soient les défauts de forme des surfaces en contact, la référence reste dans la zone de tolérance de la pièce d'appui.

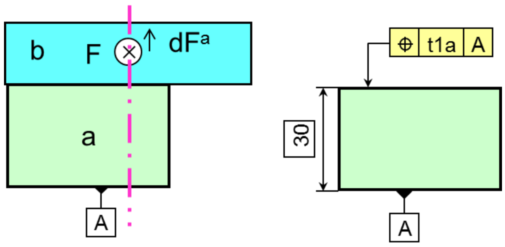
Le plan doit donc être à la fois dans la zone de tolérance d'orientation et de position. La figure représente le pire des cas qui donne la valeur maxi du déplacement dF^a.



Le déplacement maxi est :

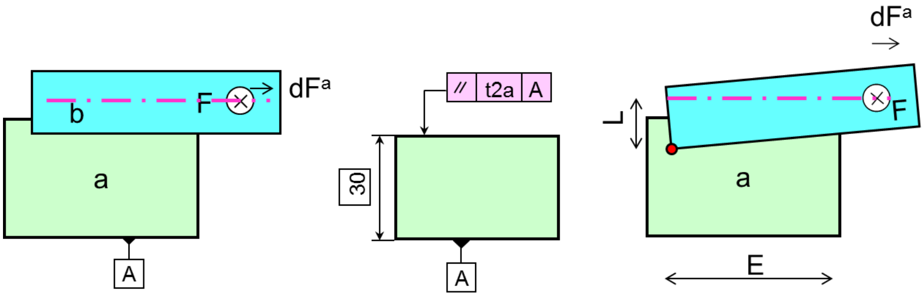
$$dF^a = 0,5 \times t1a + t2a.L/E$$

Si la droite d'analyse coupe le plan, il n'y a pas d'effet angulaire => pas de spécification d'orientation.



$dF^a = 0.5 \times t1a$

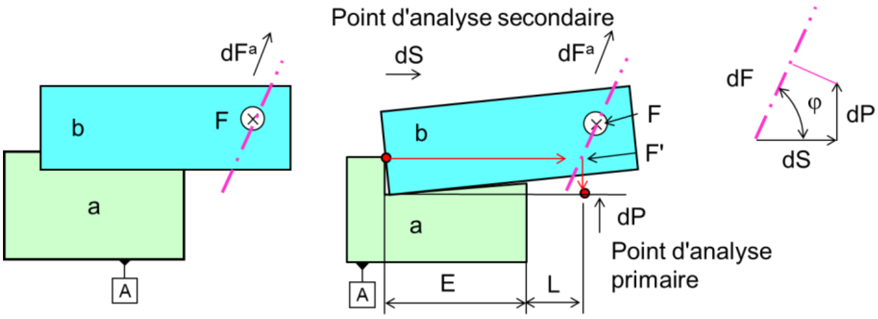
Lorsque la direction d'analyse est parallèle au plan, la variation d'altitude du plan ne déplace pas le point F dans la direction f parallèle au plan. Il suffit de mettre une orientation. L'angle est limité par la tolérance d'orientation.



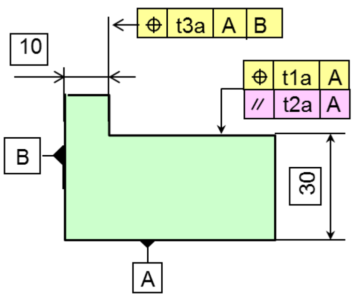
dFa = t2a.L/E

Lorsque la droite d'analyse est inclinée, les deux surfaces primaire et secondaire interviennent pour localiser la pièce b, le plan d'appui primaire assurant seul l'orientation.
Le déplacement du point F égal au déplacement du point F' situé sur la droite d'analyse à l'intersection avec la droite normale au point de contact secondaire. Le déplacement du point F' est dP dans la direction d'analyse primaire et dS dans la direction d'analyse secondaire.
Le déplacement dans la direction f est :

$$dF' = dF = dP.\sin\varphi + dS.\cos\varphi$$



Il faut spécifier les surfaces primaire et secondaire.



Les déplacements des points d'analyse sont :

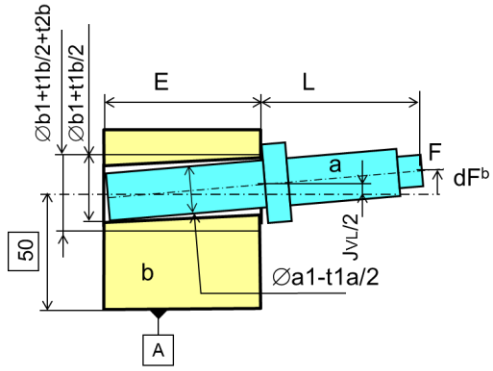
$$dP = t1a/2 + t2a.L/E$$
$$dS = t3a/2$$

Cette démarche peut être également appliquée pour prendre en compte une rotation dans le plan primaire, avec une orientation assurée par la secondaire et un contact tertiaire.

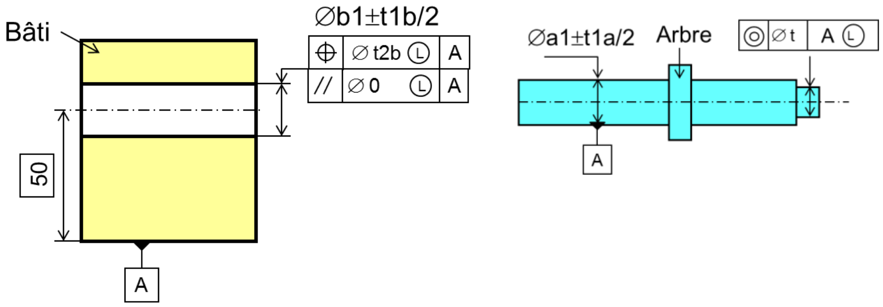
4 - 2 - 3 Comportement d'une liaison cylindrique avec jeu

La figure illustre un mécanisme décomposé en deux parties a et b, avec une jonction cylindrique avec jeu entre a et b. Le déplacement étudié est celui d'un point F dans la direction perpendiculaire au plan de référence A.

Le déplacement sera maximum lorsque l'alésage sera incliné par rapport à A et l'arbre sera incliné dans l'alésage.



Pour maîtriser ces inclinaisons, la pièce qui porte la surface d'appui doit recevoir une localisation et une orientation. Le jeu sera maximal au minimum de matière. La référence de l'arbre doit être aussi au minimum de matière.
Le calcul impose de calculer les jeux entre les états virtuels pour déterminer l'inclinaison globale de l'arbre par rapport à la référence A de l'exigence.



Etat virtuel en localisation au mini matière
DVL = (b1+t1b/2+t2b)
Etat virtuel en orientation au mini matière
DVo = (b1+t1b/2)
Etat virtuel au mini matière de l'arbre
dm = a1-t1a/2

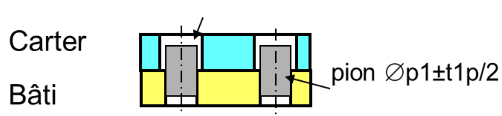
Jeu virtuel en localisation
JVL = DVL - dm
Jeu virtuel en orientation
JVo = DVo - dm
Inclinaison de l'axe de l'arbre
α = JVo / E

Déplacement maxi obtenu

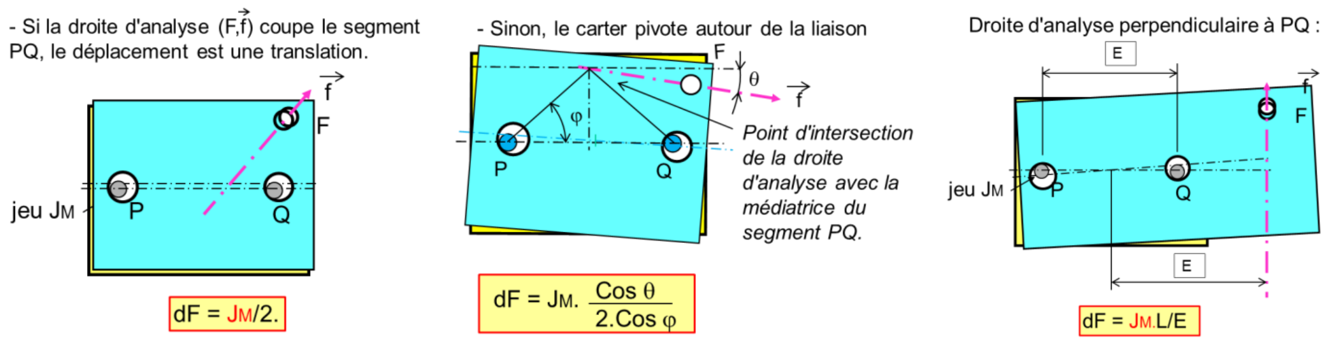
$$dF^b = JVL/2 + L.\,a = JVL/2 + JVO.L./E$$

4 - 2 - 4 Comportement d'une liaison avec 2 pions

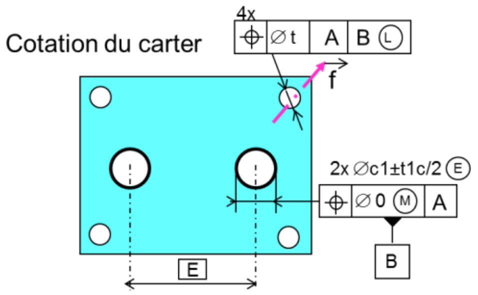
Sur la figure suivante, la jonction entre le carter et le bâti est réalisée par deux pions serrés dans le bâti. Le carter peut être monté grâce au jeu dans le carter. Ce jeu autorise par contre un déplacement du carter par rapport au bâti.



On recherche le déplacement maxi de l'axe F d'un trou du carter dans la direction f par rapport au bâti. Ce déplacement dépend de la direction d'analyse.



La cotation est donnée par la méthode QUICK GPS.

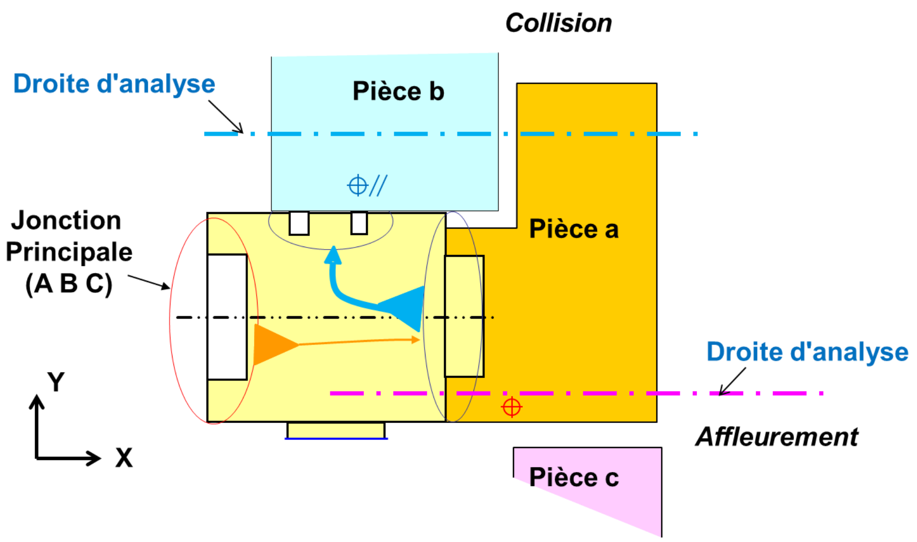


Le jeu maxi JM est la différence entre les états virtuels au minimum de matière du carter et des pions. L'état virtuel des pions est obtenu lorsque le diamètre du pion est mini et lorsque l'écart de localisation en zone projeté décale le pion.

JM = (c1 – p1) + (t1c+t1p+t2b)/2

4 - 3 Amélioration des règles de cotation QUICK GPS

Pour déterminer les maillons à l'intérieur d'une pièce (sans faire la chaîne de cotes), la méthode QUICK GPS impose de rechercher les exigences. Pour chaque exigence, il faut déterminer les droites d'analyse.
Si la droite d'analyse ne coupe pas la surface primaire, il faut ajouter une spécification d'orientation sur cette surface primaire.

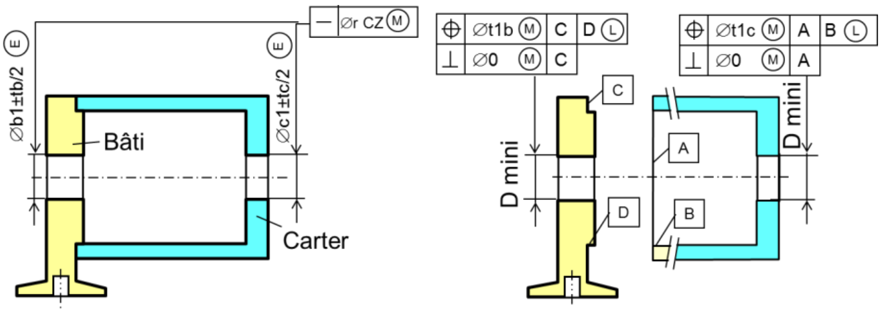


Sur la pièce étudiée, il est possible de définir pour chaque maillon sa contribution sur l'exigence étudiée. Il faut pour cela avoir défini au préalable les points d'analyse de chaque exigence, afin que les calculs soient cohérents pour toutes les pièces et permettre une simple addition des déplacements dF^i.

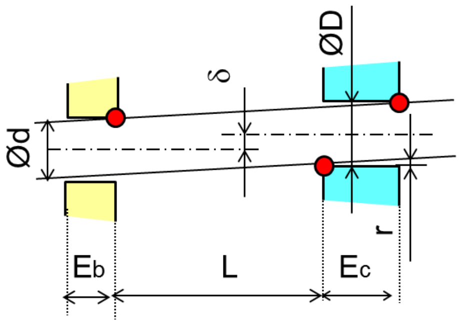
4 - 4 Transfert d'une exigence en zone commune

4 - 4 - 1 Rectitude au maximum de matière entre deux pièces

Lorsque l'exigence est une rectitude au maximum de matière, le mécanisme est décomposé en 2 parties. Chaque partie est spécifiée avec le schéma de cotation suivant :



S'il n'y a que deux pièces, la spécification de perpendicularité peut être imposée à « 0 ». Le modèle de transfert impose de recherche le diamètre du plus gros cylindre contenu dans les deux alésages, lorsque les axes sont décalés de δ. La réduction de diamètre par rapport au diamètre D des alésages est le défaut de rectitude à respecter sur l'assemblage.



La rectitude dépend des tolérances de localisation et du jeu maxi entre les deux pièces.

$$r = D - d = \delta . \,\mathrm{Max}\left(\frac{E_b}{E_b+L} \; ; \frac{E_c}{E_c+L}\right)$$

Avec δ = t1b+t1c + Jeu maxi c/b

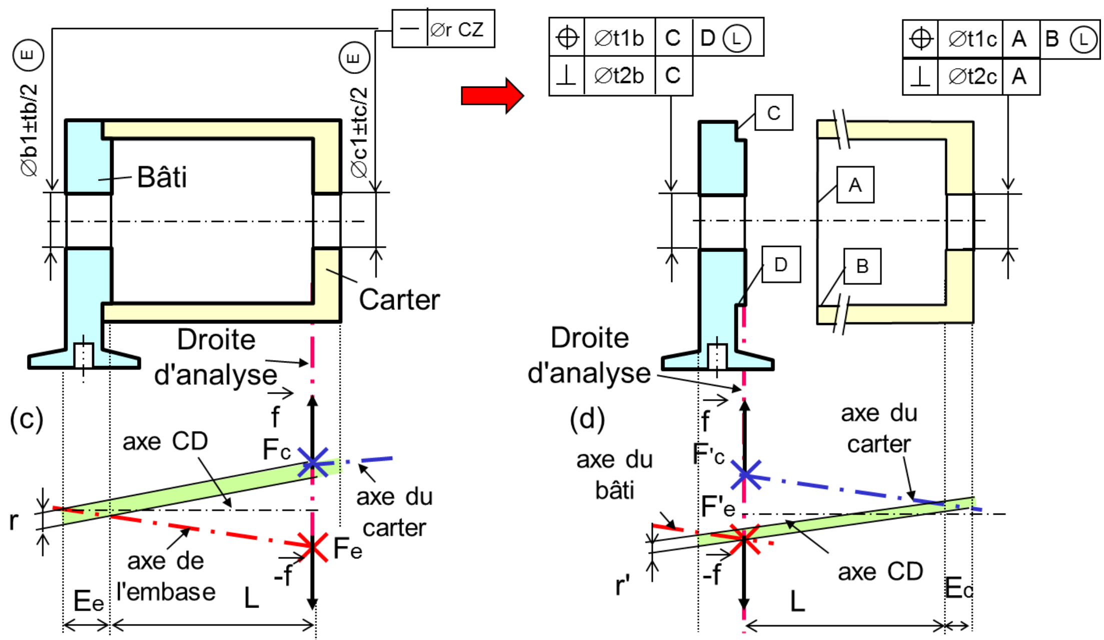
4 - 4 - 2 Rectitude au maximum de matière entre deux ensembles de pièces

Dans le cas précédent, l'orientation des alésages était spécifiée avec une tolérance 0 Ⓜ.

Si l'exigence n'est pas au maximum de matière, il n'est pas possible d'imposer une tolérance 0.

S'il y a plusieurs pièces sur l'une des parties du mécanisme, il n'est pas possible d'imposer une tolérance « 0 », car cette valeur sera la résultante d'une chaîne de cotes en orientation.

La figure suivante présente la cotation recommandée. Si l'exigence est au maxi-matière, il suffit d'ajouter le modificateur Ⓜ sur les spécifications des alésages.



Les relations dans les triangles donnent la rectitude obtenue en fonction des tolérances.

$$r = \max\{ \frac{E_b}{E_b+L}[d(F_c,\vec{f}\,) + d(F_b,-\vec{f}\,)]; \ \frac{E_c}{E_c+L}[d(F'_c,\vec{f}\,) + d(F'_b,-\vec{f}\,)]\}$$

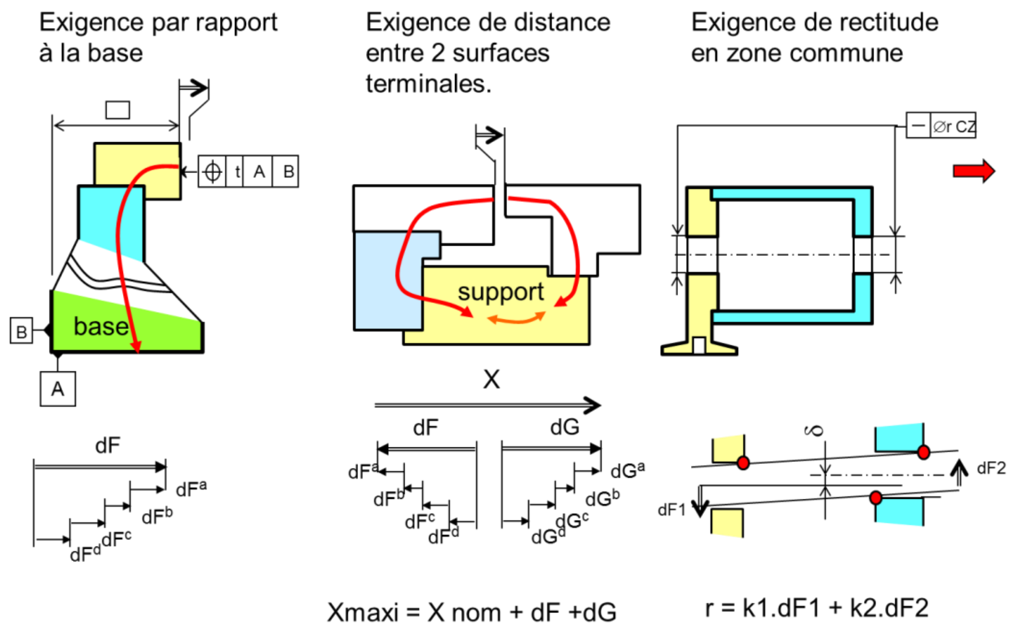
JM : jeu maxi entre les 2 pièces

$$\boxed{r = \max\{ \frac{E_b}{E_b+L}[(t1c+JM)/2 + (t1b/2 + t2b.L/Eb)] \ ; \ \frac{E_c}{E_c+L}[t1b/2 + (JM+ t1c)/2 + t2c.L/Ec)]\}}$$

4 - 5 Exercice

4 - 5 - 1 Synthèse

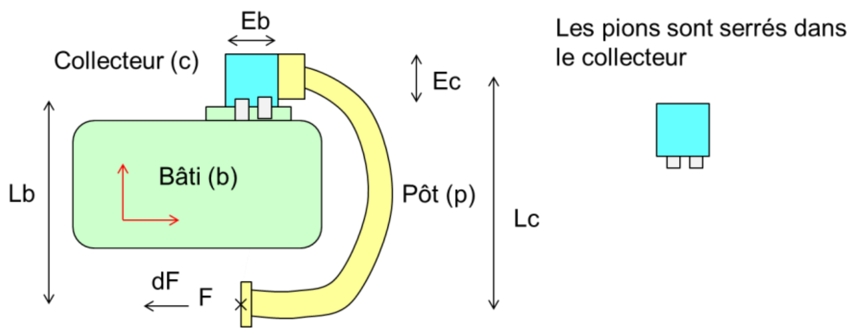
Il y a 3 principaux types d'exigences, avec les relations de cumul des déplacements pour vérifier l'exigence :



Pour chaque jonction, il existe une relation simple de transfert qui donne le déplacement du point d'analyse en fonction des tolérances.
Dans ce document, la liste n'est pas complète. Voir livre B. Anselmetti « cotation fonctionnelle tridimensionnelle et statistique ». Pour les cas les plus complexes, il faut faire une modélisation isostatique de la liaison.

4 - 5 - 2 Application

Pour cette application, il faut déterminer l'influence des différents défauts sur le déplacement dF du point F appartenant au pôt, dans la direction f par rapport à un système de références défini sur le bâti.
Les systèmes de références principaux sont déjà définis sur chaque pièce (avec leurs modificateurs). Ces systèmes ne sont pas reportés sur les dessins.

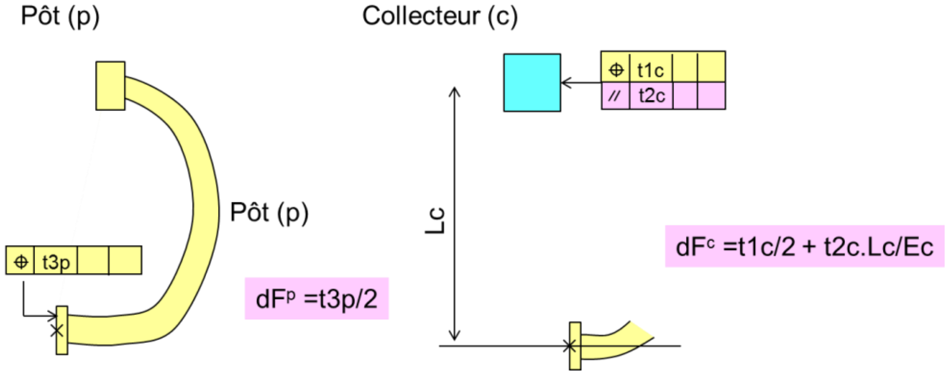


Le déplacement total est la somme des déplacements

$$dF = dF^p + dF^c + dF^b$$

Le pôt est la pièce terminale. Il suffit de localiser la surface terminale.

Le collecteur est une pièce intermédiaire. La droite d'analyse est perpendiculaire à la face d'appui du pôt. Il faut une position et une orientation. La face secondaire de la liaison collecteur / pôt n'intervient pas car la direction d'analyse est perpendiculaire aux déplacements secondaires éventuels (=> tous les déplacements sont sans effets).



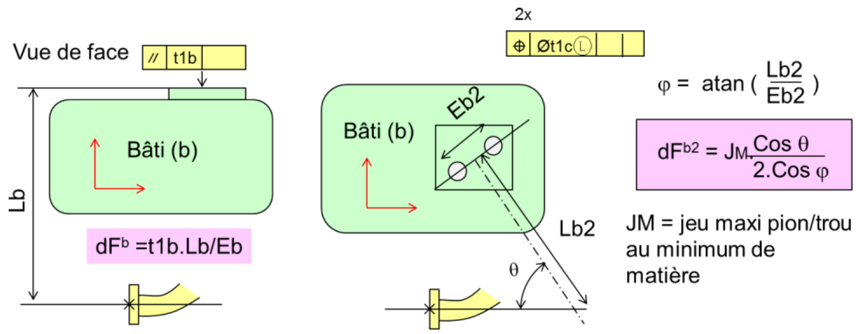
Les deux liaisons primaire et secondaire du bâti avec le collecteur sont influentes :

Le plan primaire est parallèle à la direction d'analyse. Il faut donc une simple orientation qui intervient avec un bras de levier Lb.

La liaison secondaire est réalisée avec deux cylindres. Le jeu et les écarts de position des alésages dans le bâti peuvent faire pivoter l'ensemble collecteur + pôt. Le bras de levier Lb est calculé par intersection de la droite d'analyse et de la médiatrice des deux pions, ce qui donne l'angle φ.

L'angle θ est donné par l'orientation des deux pions. Il doit être mesuré sur le nominal.

Le jeu maxi J_M est le jeu entre les pions de diamètre mini et l'état virtuel au minimum de matière des alésages (diamètre maxi + tolérance de localisation).



Le déplacement total est la somme des déplacements qu'il faut exprimer en fonction des tolérances.

$$dF= dF^{p}+dF^{c}+dF^{b}+dF^{b2}$$

5 - ANALYSE DE TOLERANCE

5 - 1 Vérification des exigences

Lorsque les valeurs nominales sont connues, les inéquations sont de la forme :

$$X \text{ nominal} + \sum ki.ti \leq \text{Exigence maxi}$$

$$X \text{ nominal} - \sum ki.ti \geq \text{Exigence mini}$$

Les tolérances ti sont choisies par le concepteur en relation avec la production.

Il faut vérifier que le cumul des tolérances respecte l'exigence

Sinon, il faut soit :

- Modifier le nominal.
- Réduire les tolérances en acceptant une augmentation du coût.
- Négocier l'exigence en acceptant un risque supplémentaire.

5 - 2 Répartition des tolérances

5 - 2 - 1 Répartition uniforme des tolérances

Lorsque les valeurs nominales sont connues, les inéquations sont de la forme :

$$\Sigma\ ki.ti \leq IT$$

La répartition est dite uniforme si les tolérances sont identiques

$$ta + tb + tc \leq 0{,}6 \implies ta = tb = tc = 0{,}2$$

La résolution de ce système d'inéquations est assez facile et rapide par une méthode itérative.

Résolution du système avec ki=1

Etape 1 : Etat initial des inéquations

ta + tb + tc ≤ 0,6	n1 = 3	t1 = 0,2
ta + td ≤ 0,8	n2 = 2	t2 = 0,4
tc + tf + tg ≤ 0,3	n3 = 3	t3 = 0,1

•Nombre de tolérances dans la condition (tenir compte des coefficients n=Σki)

•Calculer la tolérance maxi = Σti/n

•Chercher la plus petite tolérance

tc = tf = tg = 0,1

Les valeurs de la ligne critique sont imposées.

Supprimer la ligne traitée et remplacer les valeurs connues dans le tableau et poursuivre par itérations.

Etape 2 avec tc = tf = tg = 0,1

ta + tb ≤ 0,5	n1 = 2	t1 = 0,25
ta + td ≤ 0,8	n2 = 2	t2 = 0,4

ta = tb = 0,25

Etape 3 avec ta = tb = 0,25

td ≤ 0,55	n2 = 1	t2 = 0,55

td = 0,55

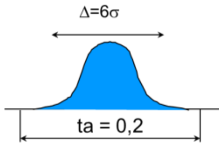
5 - 2 - 2 Répartition iso-capabilité des tolérances

L'objectif est de maximiser les capabilités des moyens de production. Pour cela, il faut connaître soit les dispersions instantanées σ, soit une tolérance mini réalisable, pour chaque type de spécification.

Attention, les spécifications seront réalisées ultérieurement en une ou plusieurs phases. La dispersion dépend notamment de l'étendue de la surface et/ou de la distance de la surface par rapport aux références.

$$Cam = \frac{IT}{\Delta}$$

$\Delta=6\sigma$ = Dispersion instantanée
ou Δ=tolérance mini réalisable.



Il faut connaître la dispersion $\Delta = 6\ \sigma_i$ de chaque pièce.

Exemple : Δ b =0,018 Δ f = Δ g =0,06 Δ d =0,18 Δ a = Δ c =0,12

Il faut déterminer les tolérances ti telles que les capabilités soient les plus grands possibles en faisant un changement de variables : $Ci = \frac{ti}{\Delta i}$

Etat initial des inéquations

ta + tb + tc ≤ 0,6
ta + td ≤ 0,8
tc + tf + tg ≤ 0,3

Chercher la plus petite capabilité

Après changement de variables

Δ a.Ca + Δ b.Cb + Δ c.Cc	≤ 0,6	n1 = Δ a + Δ b + Δ c = 0,258	C1 = 2,32
Δ a.Ca + Δ d.Cd	≤ 0,8	n2 = Δ a + Δ d = 0,30	C2 = 2,66
Δ c.Cc + Δ f.Cf + Δ g.Cg	≤ 0,3	n3 = Δ c + Δ f + Δ g = 0,24	C3 = 1,25

Cc = Cf =Cg = 1,25 (si inférieur à 1, ce n'est pas réalisable)

tc = Δ c.Cc=0,12×1,25= 0,15 tf = tg = Δ f.Cf = 0,06 × 1,25= 0,075

Poursuivre par itération en éliminant les valeurs connues, du système d'inéquations

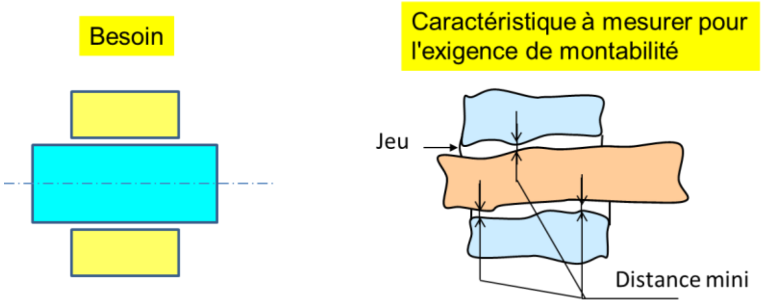
6 - CUMUL PROBABILISTE DES TOLERANCES

6 - 1 Analyse du risque statistique

6 - 1 - 1 Analyse d'une liaison cylindrique

Pour assurer le bon fonctionnement d'une liaison cylindrique, il faut respecter deux exigences fonctionnelles :

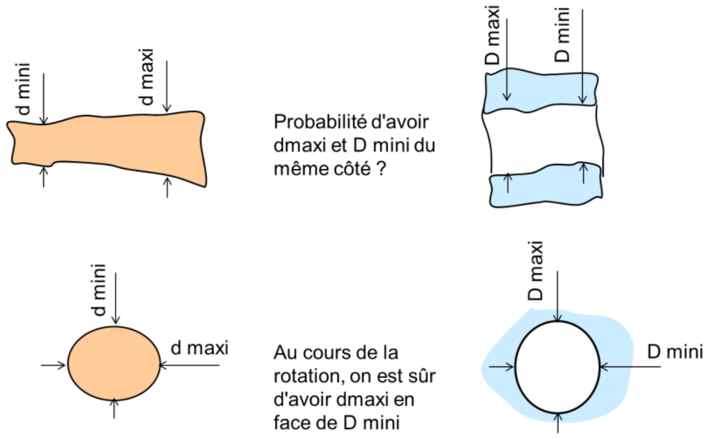
- Le grippage : Quelle est la valeur du jeu mini acceptable?
- Le bruit : Quelle est la caractéristique significative?



Exigences géométriques

- Montabilité => jeu mini = 0,02
- Bruit => jeu maxi = 0,1

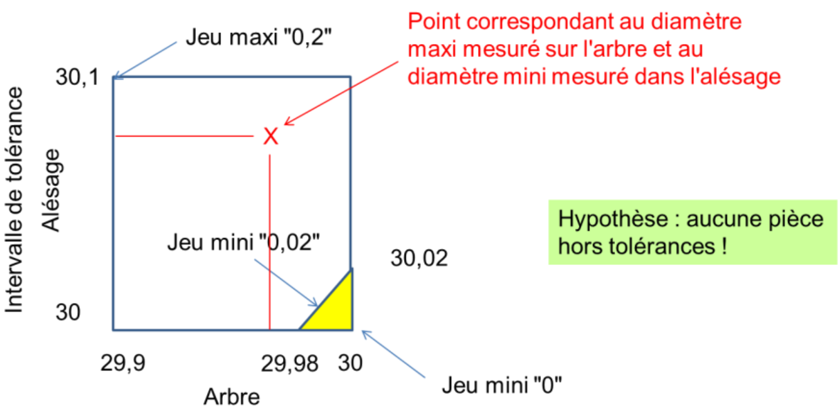
Problème d'identification : Quelles sont les caractéristiques à mesurer séparément sur l'arbre et sur l'alésage pour connaître la valeur du jeu ?



6 - 1 - 2 Probabilité de grippage avec des distributions uniformes

La figure suivante illustre une tolérance entre 29,9 et 30 sur l'arbre, et une tolérance entre 30 et 30,1 sur l'alésage. A la limite, le jeu mini peut être nul.

Un point correspond au diamètre maxi mesuré sur l'arbre et au diamètre mini mesuré dans l'alésage

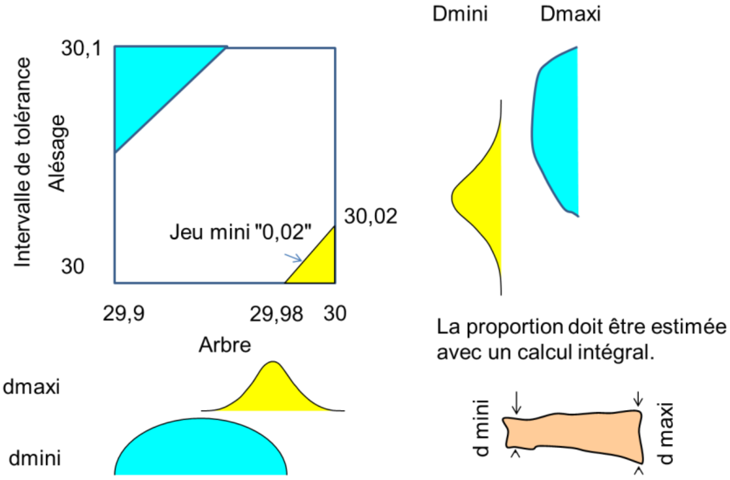


Avec une hypothèse de probabilité uniforme sur le diamètre maxi de l'arbre et du diamètre mini de l'alésage, la proportion de mécanismes avec un jeu ≤ 0,02 est égale au rapport de l'aire du triangle jaune / aire totale du rectangle.

Probabilité = 0,02x0,02/2 / 0,1 x 0, 1 = 2%

6 - 1 - 3 Probabilité de grippage et de bruit avec des distributions quelconques

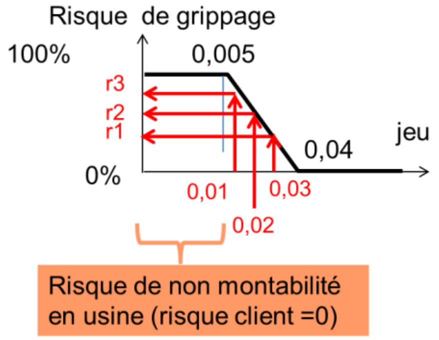
Si les distributions des diamètres mini de l'alésage et des diamètres maxi de l'arbre ne sont pas uniformes, la probabilité de respecter le jeu mini de 0,02 est donnée par un calcul intégral. Les distributions de Dmax de l'alésage et dmini de l'arbre sont différentes pour l'exigence de bruit avec un jeu maxi de 0,1.



6 - 1 - 4 Analyse du risque pour le client

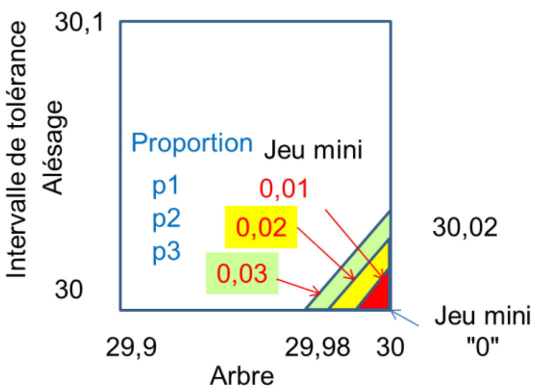
Cette courbe est définie par un expert. Elle donne le risque de grippage en fonction des conditions d'utilisation du produit (température, charge, pollution des huiles…). Ce risque correspond sensiblement à la proportion de clients mécontents en fonction du jeu réel.

Si le jeu est trop faible, voire négatif, l'assemblage sera impossible. Ce n'est plus un risque « client » mais un risque pour l'entreprise qui aura des rebuts, voire un blocage de la chaîne de montage et des retards de livraison.



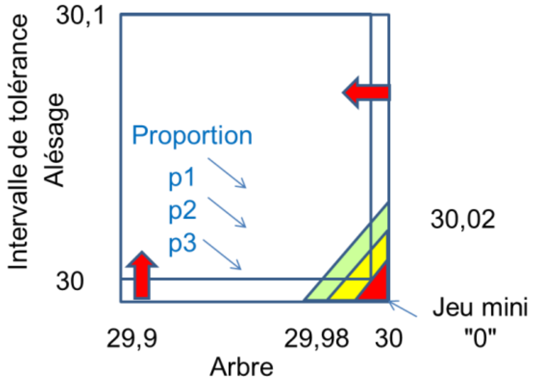
Le risque « client » est le produit de la proportion de pièces dans la zone par le risque.

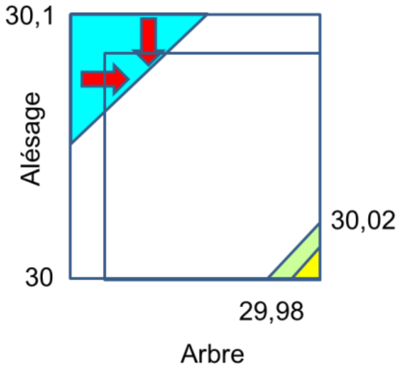
R = r1.p1 + r2.p2+r3.p3…



Pour limiter le risque, il faut ajuster les limites des zones de tolérance pour faire diminuer la proportion d'assemblages à risque en diminuant le diamètre maxi de l'arbre et en augmentant le diamètre mini de l'alésage.

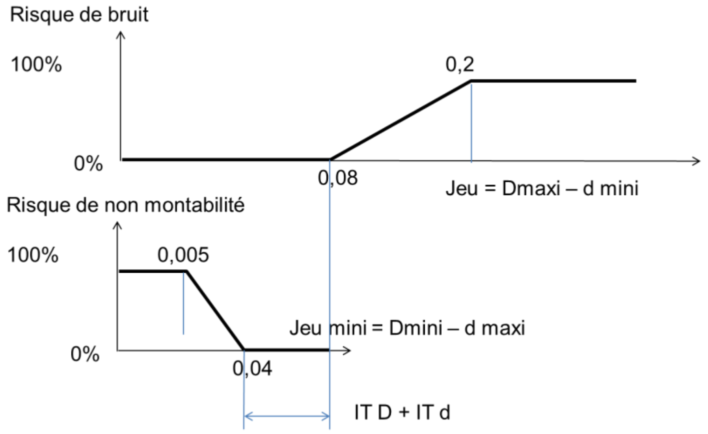
Par contre, en modifiant ensuite la limite opposée pour limiter le bruit, cela fait augmenter à nouveau le risque !



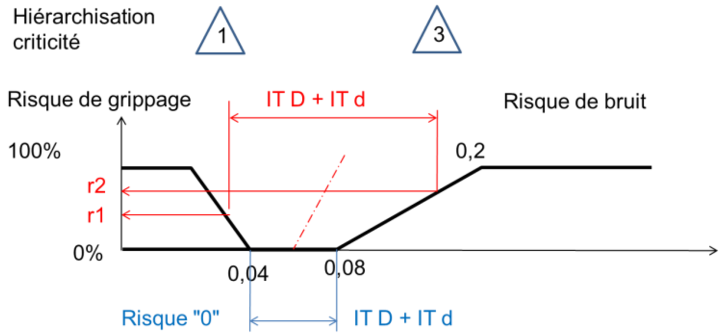


6 - 1 - 5 Compromis coût / tolérance

Les deux courbes de risque montrent que le risque global sera « 0 » en respectant un jeu maxi inférieur à 0,08 et un jeu mini supérieur à 0,04. La somme des tolérances sur les diamètres est donc de ITD + ITd = 0,04.



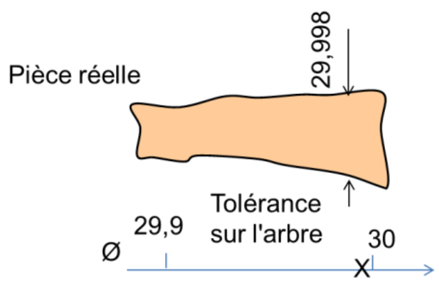
En acceptant un risque plus ou moins important en fonction de la criticité de l'exigence, on peut augmenter considérablement les tolérances. Cette optimisation des tolérances impose également de modifier les nominaux.



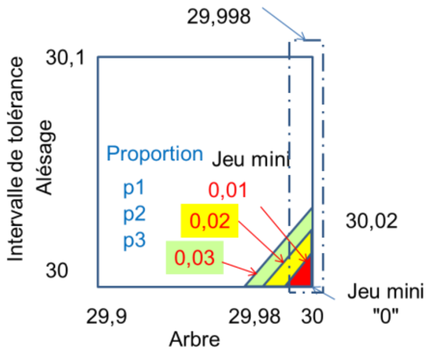
6 - 1 - 6 Rôle de la tolérance

La tolérance limite le défaut admissible sur une pièce. Ainsi, une pièce sera rebutée si elle est hors tolérance, car le risque pour le client sera trop important.

En supposant un intervalle de tolérance comprise entre 29,9 et 30, quel est le risque de monter une pièce de diamètre 29,998 pour le client qui utilisera ce mécanisme ?



Le risque est égal au rapport des longueurs. Le risque d'avoir un jeu inférieur à 0,02 est 20% !

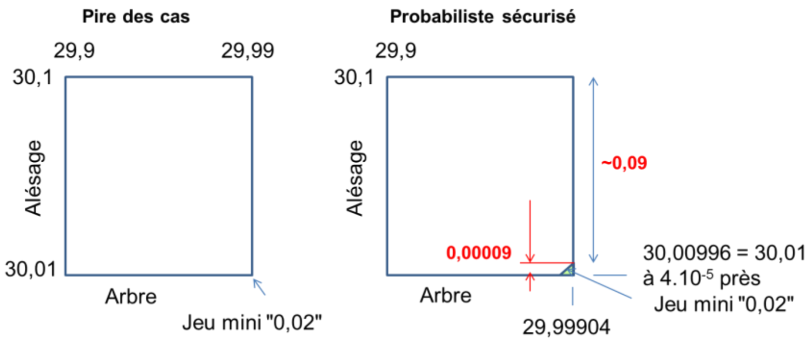


Cette analyse montre qu'il est trop risqué pour le client de faire du calcul statistique simple sur deux pièces.

L'intervalle de tolérance au pire des cas pour avoir un jeu mini de 0,02 est :

Dmini = 30,01, d maxi = 29,99

En acceptant un risque de 1/1000 pour le client, l'intervalle de tolérance est augmenté de 4.10^{-5}mm



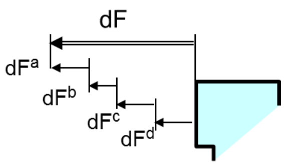
Le calcul statistique n'a aucun intérêt pour un faible nombre de pièces dans la chaîne de cotes. Il faut traiter le transfert au pire des cas.

6 - 2 Hypothèse de l'approche probabiliste

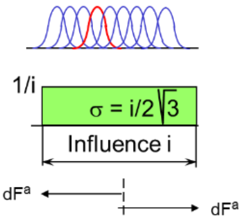
6 - 2 - 1 Notion de risque

On appelle corrélation entre pièces, une même raison qui conduit deux pièces différentes à être simultanément « grandes » ou « petites ». S'il n'y a pas de corrélation entre les pièces, les maillons sont indépendants. Les calculs suivants supposent que les pièces sont indépendantes.

En cotation fonctionnelle, il s'agit de faire un calcul prévisionnel et de prévoir l'avenir…
Quelle est la probabilité d'assembler, par exemple dans 6 mois, un mécanisme avec une pièce ayant une influence petite, moyenne ou grande sur l'exigence ?



La méthode « probabiliste » consiste à dire qu'on ne sait pas quelle sera le décalage **d'une pièce** fabriquée à une date donnée dans le futur par rapport à la surface nominale pour constituer un assemblage.
La distribution est donc considérée comme équiprobable sur tout l'intervalle de tolérance, même si la production réelle d'une journée est plus ou moins décalée.
L'intervalle d'influence est déterminé par la somme des déplacements du point F dans les deux sens.

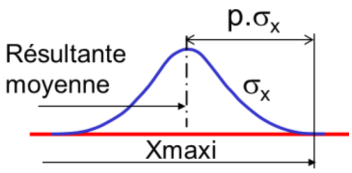


S'il y a au moins 5 maillons dans l'exigence, le risque d'avoir les pièces montées dans un même mécanisme « toutes grandes » ou « toutes petites » est très faible. Le risque est similaire à celui d'avoir 5 fois le chiffre 6 avec 5 dés (1/7700).

Pour appliquer ce modèle probabiliste, il suffit que toutes les pièces soient dans leur intervalle de tolérance. Il n'y a aucun protocole particulier à la réception des pièces, ni de suivi de production.
Le fabricant peut faire une carte de contrôle pour suivre la production afin d'éviter de produire des pièces hors tolérances, mais il n'y a pas de lien direct avec le modèle statistique de la chaîne de cotes.

6 - 2 - 2 Calcul de la résultante

De plus, si les intervalles de tolérances sont du même ordre de grandeur, la distribution résultante est quasi normale, ce qui permet d'utiliser les tables de loi normale pour calculer les probabilités. Il faut choisir un taux d'incident acceptable. Généralement, on accepte un risque de 0,13% de dépassement de la valeur maxi et 0,13% de risque de dépassement de la valeur mini. Pour ce risque, la loi normale donne p=3 soit un intervalle $\pm p\sigma$ avec p=3.



La condition à respecter est :

Choix p=3

$$X\ nominal + \frac{p}{(2\sqrt{3})}\sqrt{ia^2 + ib^2 + ic^2 + id^2 + ie^2} \leq Xmaxi$$

L'influence ib est la somme pondérée au pire des cas de toutes les tolérances de la pièce b

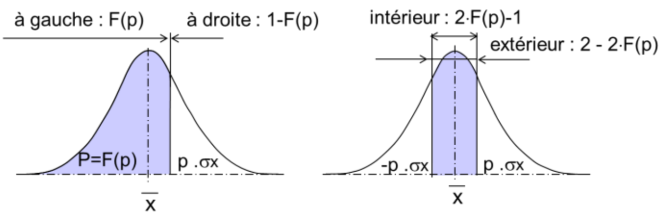
Dans les cas simples unidirectionnels, ia est directement égal à la tolérance ta de la pièce a. Dans le cas général, ia est la somme au pire des cas de toutes les influences des défauts permis par les tolérances d'une pièce.

Exemple : $ia = ta1 + ta2.L/E$ pour combiner la localisation et l'orientation d'un plan.

$ia = (ta1 + ta2.L/E).\cos\varphi + ta2 . \sin\varphi$ pour combiner la localisation et l'orientation d'un plan primaire et la localisation du plan secondaire pour une direction d'analyse inclinée d'un angle φ.

La table de la loi normale est donnée ci-après.

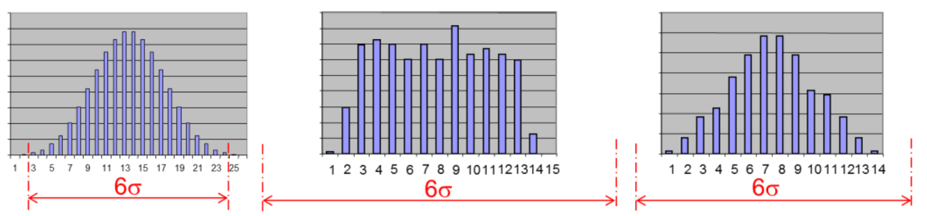
F(p) donne la proportion d'individus contenue dans la population à gauche de la limite $\bar{x} + p.\sigma x$



p	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6
à gauche	0,9772	0,9938	0,9987	0,9998	0,999968	0,999997	1,000000	1,000000	1,000000
à droite	0,0228	0,0062	0,0013	2,3267E-04	3,1686E-05	3,4008E-06	2,8710E-07	1,9036E-08	9,9012E-10
intérieur	0,9545	0,9876	0,9973	0,9995	0,999937	0,999993	0,999999	1,000000	1,000000
extérieur	0,0455	0,0124	0,0027	0,0005	6,3372E-05	6,8016E-06	5,7421E-07	3,8073E-08	1,9802E-09

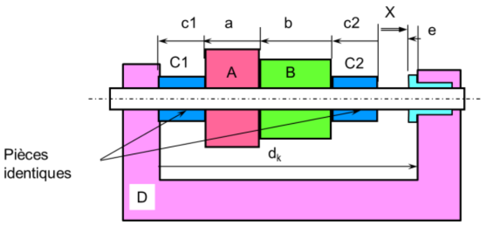
Si les intervalles de tolérance ne sont pas du même ordre de grandeur, la distribution n'est pas normale, mais l'estimation par l'intervalle 6σ reste acceptable car elle est pessimiste.

(a) 5 influences identiques (b) 1 influence 10 fois plus grande que les 4 autres (c) 2 influences 5 fois plus grandes que les 3 autres



6 - 2 - 3 Corrélation entre pièces

Si la chaîne de cotes passe par 2 pièces identiques, il faut doubler l'effet de la pièce.



Pour cette exigence, il y a 6 pièces influentes, mais la relation de calcul ne comporte plus que 5 termes (5 maillons indépendants) :

Choix p=3

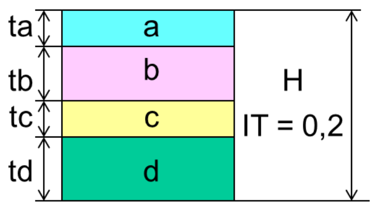
$$X\ nominal + \frac{p}{(2\sqrt{3})}\sqrt{ia^2 + ib^2 + (2.ic)^2 + id^2 + ie^2} \leq Xmaxi$$

Doublement de l'influence

6 - 3 Gain attendu avec la méthode probabiliste

Le mécanisme suivant simule une chaîne de cotes par un empilage de n pièces avec les tolérances ta, tb, …identiques

L'intervalle de tolérance sur la hauteur H est 0,2.



Pire des cas

ta+tb+tc…. = 0,12

Probabiliste

$$\sqrt{3}\ \sqrt{ta^2 + tb^2 + tc^2 \ldots} = 0{,}12$$

Le tableau suivant montre le résultat au pire des cas et en probabiliste :

- A partir de 5 pièces, le gain est significatif (28%). Le gain augmente avec le nombre de maillons indépendants.
- avec 4 pièces : L'augmentation des tolérances avec la méthode probabiliste est assez faible. Il n'y a donc pas d'intérêt.
- Avec 2 ou 3 pièces, le calcul par la relation ci-dessus ne convient pas, car la distribution résultante n'est pas normale. Le calcul du gain a été réalisé avec des relations spécifiques. De plus, le risque de non respect de l'exigence avec une pièce en limite de tolérance devient important.

5% 11% Gain 40% Gain 100%

IT = 0,2	n=	2	3	4	5	6	7	8	12	16	20
Pire des cas		0,100	0,067	0,050	0,040	0,033	0,029	0,025	0,017	0,013	0,010
q= 3,46	p= 3	0,105	0,077	0,058	0,052	0,047	0,044	0,041	0,033	0,029	0,026

t = IT*1,053/2 t = IT*1,115/3

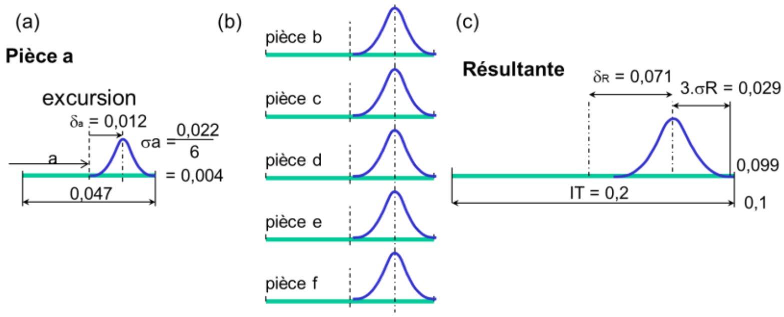
Cette analyse montre bien qu'il est inutile de faire un calcul probabiliste avec moins de 5 pièces et que les gains sont intéressants sur les tolérances allouées à partir de 5 pièces.

6 - 4 Analyse du risque

6 - 4 - 1 Influence de productions non centrées

Cette figure illustre un mécanisme de 6 pièces réalisées avec des productions supposées indépendantes.

La tolérance de chaque pièce est t = 0,047. On suppose que les évolutions des réglages donnent par hasard 6 productions décalées de t/4 avec un écart type t/12. La distribution résultante est décalée de 6.t/4 avec un écart type résultant σR.



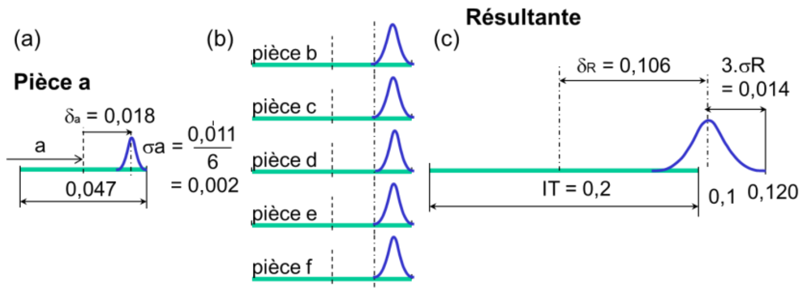
La limite de la résultante à 3σ est :

δR + 3.σR =0.0995

Malgré ces décalages, la distribution résultante reste dans l'intervalle de tolérance de l'exigence de 0,2.

Le modèle probabiliste est donc validé, alors que les distributions réellement réalisées à cette date ne sont pas uniformes.

La figure suivante est encore plus pessimiste, avec un décalage extrême de chaque production. Dans ce cas, effectivement, la distribution résultante est à moitié hors de l'intervalle de tolérance, ce qui signifie qu'environ un mécanisme sur deux sera défaillant.



En fait, l'hypothèse probabiliste consiste alors à dire que la probabilité que toutes les productions soient décalées dans le même sens est très faible, de l'ordre $2.(\frac{1}{4})^6 \sim 1/2000$ pour cette simulation.

6 - 4 - 2 Risque industriel

Tous les calculs supposent que les pièces fournies respectent l'intervalle de tolérance.

En choisissant p = 3, on a admis un risque de 0,13% de dépassement de l'exigence maxi.

Ce risque correspond en fait à une situation rarissime que les lots fabriqués soient tous décalés dans le même sens.

Par contre, lorsque cela arrive, beaucoup de mécanismes assemblés consécutivement risqueront d'être défaillants. Le défaut pourra être détecté assez rapidement.

En pratique, de nombreux décalages de la moyenne sont stables et plus ou moins centrés. Il n'y a aucune raison que tous ces décalages migrent simultanément vers la même limite de leur zone de tolérance.

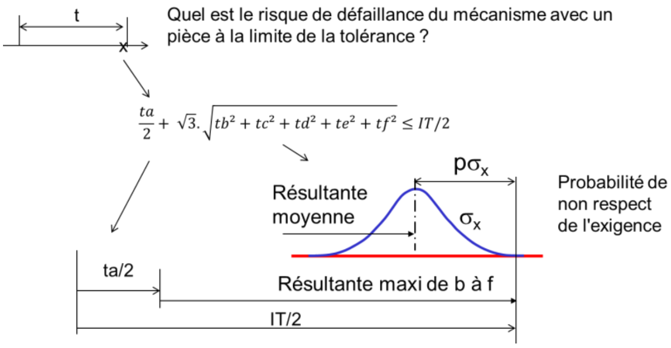
Cela signifie que le problème sera sans doute détecté dès le lancement du produit.

Le risque est donc que sur 1000 chaînes de cotes traitées en statistique dans un produit, une chaîne de cotes imposera, sans doute dès la présérie de pièces, le recentrage de la production sur une des pièces de la chaîne (la plus facile à modifier..).

6 - 4 - 3 Le vrai calcul des tolérances en probabiliste sécurisé

La tolérance d'une pièce définit une limite d'acceptation ou de refus d'une pièce. Le refus d'une pièce jugée trop grande est motivé parce que si cette pièce est assemblée dans un mécanisme, le risque de non respect d'une exigence est trop important.

Pour une exigence avec 6 pièces influentes désignées par les lettres *a* à *f*, la question est : Quelle est l'écart maxi admissible sur la pièce *a*, pour que la probabilité de respect de l'exigence soit égale à la valeur désirée (1 pour 1000) en supposant que les autres pièces influentes sur l'exigence sont dans l'intervalle de tolérance avec une distribution uniforme ?
Il faut pour cela ajouter l'écart maxi admissible de la pièce et la résultante des 5 autres pièces en supposant une distribution uniforme et une probabilité maximale de dépassement correspondant à p=3.



La même question peut être posée pour toutes les pièces, ce qui donne six conditions équivalentes pour ce mécanisme très simple :

$$\frac{ta}{2}+\sqrt{3}.\sqrt{tb^2+tc^2+td^2+te^2+tf^2} \leq IT/2 \qquad \frac{tb}{2}+\sqrt{3}.\sqrt{ta^2+tc^2+td^2+te^2+tf^2} \leq IT/2$$
$$\frac{tc}{2}+\sqrt{3}.\sqrt{ta^2+tb^2+td^2+te^2+tf^2} \leq IT/2 \qquad \frac{td}{2}+\sqrt{3}.\sqrt{ta^2+tb^2+tc^2+te^2+tf^2} \leq IT/2$$
$$\frac{te}{2}+\sqrt{3}.\sqrt{ta^2+tb^2+tc^2+td^2+tf^2} \leq IT/2 \qquad \frac{tf}{2}+\sqrt{3}.\sqrt{ta^2+tb^2+tc^2+td^2+te^2} \leq IT/2$$

Avec IT = 0,2 ; n = 6 pièces, la répartition uniforme des tolérances pour respecter ces 6 conditions donne une tolérance de 0,041 contre 0,047 pour le calcul probabiliste simple.

Le modèle probabiliste sécurisé est donc plus sévère, autrement dit, accepter une pièce à la limite d'une tolérance calculée avec une méthode probabiliste simple donne un risque plus élevé de défaillance du mécanisme dans lequel elle est montée. Le taux global de mécanisme défectueux est bien celui prévu, car les autres mécanismes réalisés avec des pièces centrées auront un risque de défaillance beaucoup plus faible.

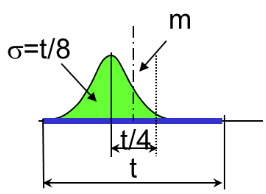
6 - 4 - 4 Domaine d'emploi de la méthode probabiliste

La méthode probabiliste peut s'appliquer dès que la chaîne de cotes au pire des cas a été établie et qu'il y a au moins 5 maillons avec des influences du même ordre de grandeur.
Elle convient pour tous les types de chaînes de cotes, pour tous les types de production, y compris en unitaire.
Elle est exploitable en bureau d'étude, pour gagner plus de 40% sur les tolérances, sans aucune incidence en aval, et aucun surcoût en production et contrôle (il suffit que les pièces respectent les intervalles de tolérance).

6 - 5 Cumul statistique semi-quadratique ou inertiel

6 - 5 - 1 Modèle de calcul semi-quadratique

Le modèle semi-quadratique suppose que les distributions de fabrication à court terme sont grosso modo normales, et que les moyennes des distributions peuvent évoluer aléatoirement dans un intervalle de réglage (le modèle quadratique pur qui suppose une distribution parfaitement centré avec un intervalle de réglage nul n'est pas applicable).
Si t est la tolérance, la dispersion σ est t/8 et ITr = t/4 = 2σ. En supposant que la distribution de la moyenne est équiprobable sur l'intervalle de réglage, la distribution globale a pour écart type équivalent $\sigma eq = \frac{t}{4\sqrt{3}} = \frac{t}{6,92}$



Pour pouvoir faire cette hypothèse de moyenne dans l'intervalle de réglage, il est indispensable de faire un suivi de production très sévère, afin de recentrer la distribution si besoin.

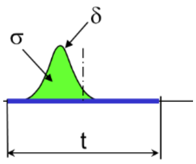
Ce suivi est très couteux (carte de contrôle). Le plus difficile est de définir la caractéristique à suivre sur une spécification complexe comme une localisation d'un groupe de trous.
De plus il faut mettre en place le contrôle de réception des lots, ce qui devient compliqué car les lots livrés peuvent être issus de plusieurs productions différentes. Un mélange de deux lots « conformes » avec des moyennes différentes peut donner un lot d'écart type trop important « non conforme ».

Ce modèle n'est pas utilisable s'il y a des effets angulaires, car les défauts d'orientation et de position sont combinés. Les grandeurs mesurées ne sont plus indépendantes. Le traitement devient très compliqué avec des covariances.

Beaucoup de gens pensent que les productions sont centrées, sans jamais avoir réellement vérifié leur hypothèse. De nombreuses productions dérivent lentement, avec un recentrage en cas de dépassement. Les productions décalées sont donc fréquentes. De plus, si l'intervalle de tolérance est large par rapport à la fabrication, la première étape de répartition des tolérances consiste à réduire cet intervalle pour reporter les tolérances sur d'autres pièces avec une approche iso-capabilités. De fait, la dispersion occupe une grande partie de l'intervalle de tolérance.

6 - 5 - 2 Suivi de l'inertie du lot

Une pièce isolée est acceptable si elle est dans l'intervalle de tolérance.
Un lot est acceptable si l'inertie du lot est inférieure à l'inertie maxi.



La tolérance et les hypothèses de calcul de la chaîne de cotes permettent de calculer l'inertie maxi admissible :

$$I\mu\max = \sqrt{\left(\frac{t/4}{2\sqrt{3}}\right)^2 + (t/8)^2} = \frac{t}{4\sqrt{3}} = \frac{t}{6{,}92}$$

Un réglage sera acceptable si l'inertie du lot de décalage δ et d'écart type σ est inférieure à l'inertie maxi :

$$I\mu = \sqrt{\frac{\delta^2}{3} + \sigma^2} \le I\mu\max$$

6 - 5 - 3 Calcul des tolérances avec la méthode semi-quadratique

Le cumul des écarts type donne des relations du type suivant :

$$2p\sqrt{\left(\frac{ta}{4\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{tb}{4\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{tc}{4\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{td}{4\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{te}{4\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{tf}{4\sqrt{3}}\right)^2} \le IT$$

Par exemple, pour IT = 0,2 et n = 6 pièces, la tolérance sur chaque pièce est t = 0,094

Cette tolérance signifie que l'on peut accepter une pièce de tolérance t, c'est-à-dire décalée de t/2 par rapport à la moyenne. Le risque de non-respect d'une exigence avec pièce f à la limite de la zone de tolérance décalée de 0,094/2 est donné par la valeur de p dans la relation suivante :

$$tf + 2p\sqrt{\left(\frac{ta}{4\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{tb}{4\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{tc}{4\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{td}{4\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{te}{4\sqrt{3}}\right)^2} \le IT$$

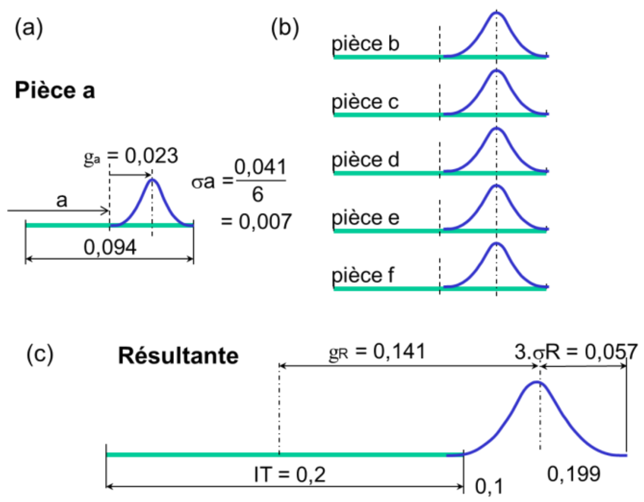
La valeur de p=1,736. La probabilité de non respect de l'exigence est de 4%, ce qui est difficilement acceptable vis-à-vis du client.
La tolérance doit être calculée avec la méthode sécurisée :

$$tf + 2p\sqrt{\left(\frac{ta}{4\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{tb}{4\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{tc}{4\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{td}{4\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{te}{4\sqrt{3}}\right)^2} \le IT$$

La valeur obtenue est t=0,046 soit une valeur identique à la méthode probabiliste et supérieur à la valeur 0,041 obtenue en probabiliste sécurisée.

6 - 5 - 4 Effet du cumul des écarts sans surveillance

En supposant que les lots des 6 pièces soient livrés décalés du quart de l'intervalle de tolérance, quasi aucun mécanisme ne respecte l'exigence.



Il est donc impossible d'accepter de tels lots. La méthode semi-quadratique impose un contrôle de réception pour refuser tous les lots dont l'inertie est trop grande et, en amont, un suivi très rigoureux du centrage des productions.

6 - 5 - 5 Processus de suivi statistique

La difficulté est d'identifier la grandeur géométrique à mesurer sur chaque pièce pour calculer les moyennes et les écarts types. Cette caractéristique est donnée par la chaîne de cotes. La hauteur total en F1 est donnée par :

$$H1 = a1+b1+c1+d1+e1$$

Ces dimensions a1, b1… sont à mesurer sur la droite d'analyse passant par le point F1.

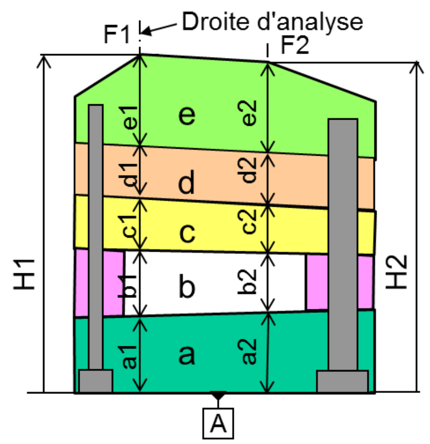
L'écart type et la moyenne de H1 sont donnés par les écarts types et les moyennes des dimensions a1, b1, c1…

Il faut donc mesurer la dimension a1 sur toutes les pièces du lot pour calculer la moyenne et l'écart type en a1. (idem en b1 pour la pièce b, etc..).

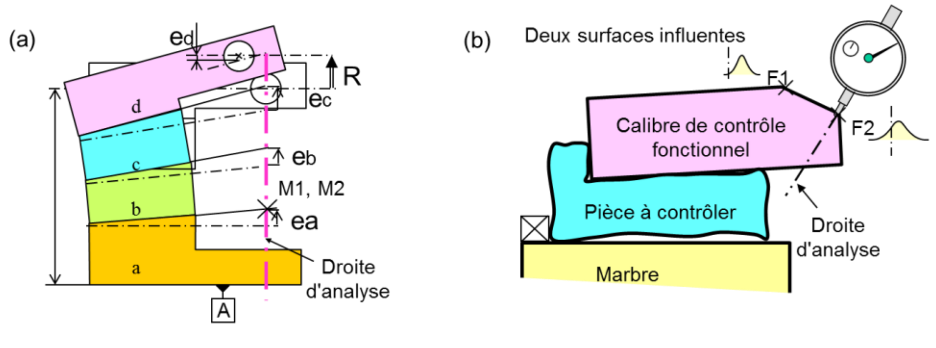
De même, la hauteur total en F2 est donnée par :

$$H2 = a2+b2+c2+d2+e2$$

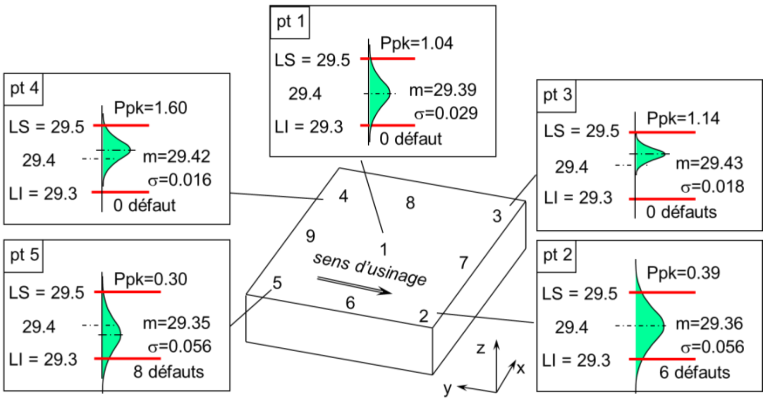
Il faut donc mesurer aussi a2 sur toutes les pièces du lot pour calculer la moyenne et l'écart type en a2.



Lorsque le problème est tridimensionnel, la droite d'analyse peut ne pas couper la surface. La valeur à mesurer est dans le prolongement de cette surface (fig a) ou peut imposer de combiner l'effet des défauts de deux surfaces à l'aide d'un montage de contrôle spécifique qui dépend de chaque exigence (fig b).

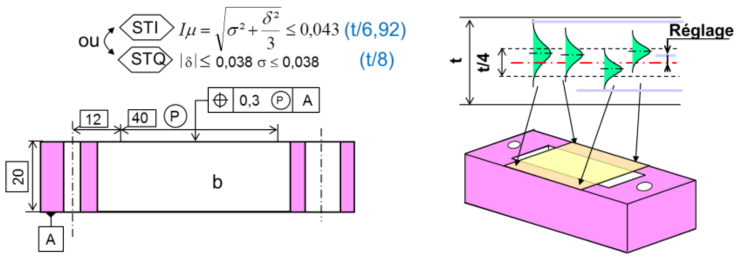


La figure suivante montre qu'il n'est pas possible d'affirmer que la moyenne et l'écart type sont constants sur une surface.



Pour faire un suivi statistique, il faut donc faire plusieurs mesures et cela pour chaque exigence et pour chaque droite d'analyse.

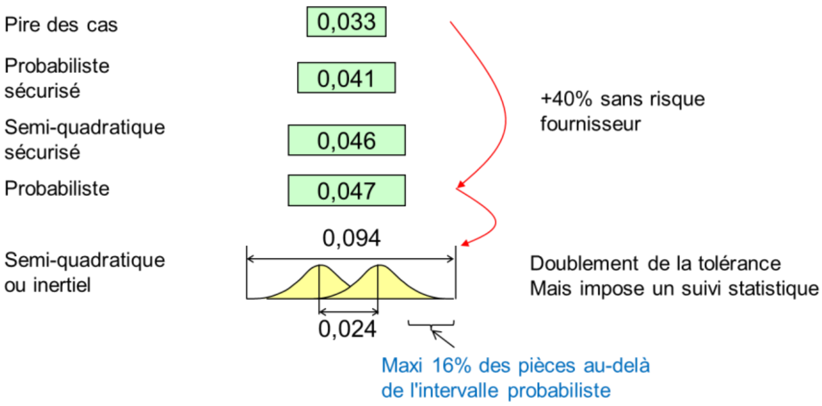
La figure suivante illustre le principe de cotation. La zone projetée limite l'étendue de mesure à tous les points de la surface obtenus par intersection de la surface avec les différentes droites d'analyse. Certaines droites imposent des points dans la poche (voire hors de la pièce), ce qui impose de prolonger la surface par une projection.
La mesure de b1 sur chaque pièce du lot permet d'obtenir la moyenne, l'écart type et l'inertie en b1. Il faut faire les mêmes calculs pour les 4 coins de la zone projetée.
Il faut respecter le critère statistique pour tous les points.
L'inertie de la surface est la plus grande des inerties.



6 - 6 Préconisation

6 - 6 - 1 Comparaison des méthodes

La comparaison est effectuée sur une chaine de cotes simples avec 6 pièces et un IT = 0,2 sur l'exigence. La figure suivante donne l'intervalle de tolérance alloué par les différents modèles.



Le modèle probabiliste augmente la tolérance de 40%. Il ne nécessite aucun surcoût en production.

Avec un modèle semi-quadratique ou inertiel, l'intervalle de tolérance est doublé, mais la moyenne doit être dans un intervalle plus petit que l'intervalle au pire des cas, ce qui est très difficile à faire.
Le seul intérêt de la méthode semi-quadratique, c'est d'admettre quelques pièces hors limites de l'intervalle probabiliste, car on suppose que les autres pièces de la chaîne sont bien centrées, mais avec un risque de non respect de l'exigence très grand (4% pour une pièce en limite de tolérance). La méthode ne peut s'appliquer qu'en

production de séries afin de vérifier le centrage des lots. (En unitaire, dire que la moyenne appartient à l'intervalle de réglage revient au probabiliste).

Le modèle semi-quadratique sécurisé donne une tolérance équivalente au probabiliste.

En conclusion, la méthode semi-quadratique donne l'illusion de doubler la tolérance, mais impose de rester au milieu de l'intervalle de tolérance. Le seul intérêt, c'est de permettre d'accepter quelques pièces hors tolérance, sachant que la mise en service de ces pièces comporte un risque important. La méthode impose un contrôle de réception des lots sur des caractéristiques difficiles à définir. Ce contrôle est couteux et exige en amont une maîtrise de la production également couteuse. La méthode semi-quadratique ou inertielle n'est donc pas intéressante.

6 - 6 - 2 Règle de décision proposée

S'il y a au moins 5 pièces avec des tolérances du même ordre de grandeur :

Calcul probabiliste

Autre cas : calcul au pire des cas => tolérance au pire des cas.

La relation de calcul est la suivante.

Probabilité désirée (p=3 pour 99,86%)

influence de la pièce b

$$X\ moyen + \frac{p}{2\sqrt{3}} \sqrt{ia^2 + ib^2 + ic^2 + id^2 + ie^2} \leq Xmaxi$$

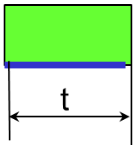
Les influences ia, ib sont obtenues par cumul au pire des cas des influences des défauts permis par les tolérances de chaque pièce :

$$Ex : ia = \underbrace{t1a}_{position} + \underbrace{t2a.2L/E}_{orientation}$$

Le modèle probabiliste peut être utilisé très largement, même sur des productions unitaires ou en petites séries. Le gain en tolérance est au moins de 40%, sans risque majeur, sans incidence sur la production et la réception des lots et sans surcoût en contrôle. Seul le bureau d'étude est impacté par cette hypothèse de calcul.

Le seul "coût" par rapport au pire des cas est une formule de calcul avec une racine dans EXCEL !

Il faut recommander le modèle probabiliste dans les Bureaux d'études.



6 - 6 - 3 Pratique de la dérogation en production

La procédure de dérogation permet d'accepter à titre exceptionnel une pièce hors tolérance.

Pour cela, il faut calculer le risque pris pour le client avec cette pièce. Il faut connaître les caractéristiques réelles des productions en cours.

L'écart maxi admissible recherché comme limite de dérogation est εa donné par la relation suivante :

δi et σi désignent le décalage et l'écart type des distributions des autres maillons de la chaîne de cotes.

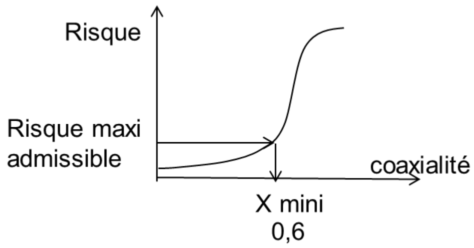
P représente la probabilité acceptée de non-respect de l'exigence.

Probabilité désirée (p=3 pour 99,86%)

$$X\ nominal + \underbrace{\varepsilon a}_{\text{Ecart limite sur a}} + (\underbrace{\delta b}_{\text{Décalage de la distribution de b}}+\delta c+\delta d+\delta e+\delta f) + p \sqrt{\underbrace{\sigma b^2}_{\text{Ecart type de la distribution de b}}+\sigma c^2+\sigma d^2+\sigma e^2+\sigma f^2} \leq Xmaxi$$

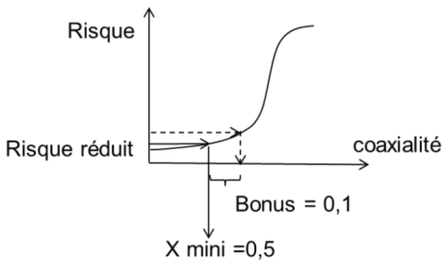
6 - 6 - 4 Transformation du modèle statistique en dérogation

Une autre solution consiste à gérer un bonus gardé dans l'exigence. En effet, le non respect de l'exigence fonctionnelle apporte un risque de défaillance pour le client qui peut être illustré par une courbe :



A titre d'exemple, si la coaxialité est la résultante de 5 termes : t1+t2+t3+t4+t5 = 0,6 => t= 0,12. La tolérance sur chaque pièce est 0,12.

La technique consiste à fixer une exigence plus sévère permettant d'améliorer la qualité, mais inévitablement, les tolérances sont réduites. Ces spécifications plus sévères imposent un meilleur centrage des productions et permettent de dégager un bonus.



La coaxialité est la résultante de 5 termes : t1+t2+t3+t4+t5 = 0,5 => t= 0,10. Les tolérances ont été réduites de 20%.

Par contre, si une pièce est hors tolérance de sa tolérance de 0,1, le risque est acceptable si elle reste dans l'intervalle de tolérance en dérogation de 0,1 + bonus = 0,2.

Cette méthode marche à condition que deux pièces n'exploitent pas simultanément le bonus, ce qui impose que la prise du bonus doit être exceptionnelle et qu'il est impératif de recentrer les productions.

7 - POUR EN SAVOIR PLUS

Ce cours a été très simplifié et ne permet pas de traiter tous les cas. Il permet cependant de mettre en place les principes fondamentaux de la cotation fonctionnelle.

Pour approfondir cette approche, il est possible de consulter les ouvrages suivants.

Série : manuel de tolérancement

Auteur : Bernard ANSELMETTI

Editeur : Hermes Lavoisier

Cette méthode est aussi considérablement développée dans le cadre de la licence professionnelle Conception et Industrialisation de Nouveaux Produits de l'IUT de Cachan car elle est très demandée par les bureaux d'études et débouche sur des emplois.

Cette méthode est très simple à appliquer lorsqu'elle est maîtrisée. Néanmoins des outils informatiques d'aide à la cotation sont en cours de développement dans l'environnement CATIA pour automatiser ces procédures et la mise en page des spécifications dans le 3D et pour la mise en plan.

Voir également, la page WEB de Bernard ANSELMETTI sur le site du laboratoire de recherche LURPA http://www.lurpa.ens-cachan.fr et le projet « EASY GPS » disponible sur HAL Archive ouverte.