

Annexe D : Métrologie

SOMMAIRE

1.	Introduction	3
1.1	Contexte de l'annexe	3
1.2	Principe de mesure des spécifications par zones de tolérance.....	3
1.3	Association d'un modèle nominal à une pièce réelle.....	3
2.	Identification d'une surface spécifiée	4
2.1	Identification des zones partielles	4
2.2	Identification d'une surface	4
2.3	Identification d'un axe associé	4
2.4	Identification d'un axe réel	5
2.5	Identification d'une surface médiane.....	6
3.	Caractérisation des défauts de la surface spécifiée.....	7
3.1	Marge d'une surface spécifiée et conformité d'une spécification	7
3.2	Ecarts de position des points et des surfaces spécifiées	9
3.3	Ecart d'orientation	10
3.4	Ecart de forme.....	11
3.5	Défaut d'un lot de pièces.....	12
3.6	Identification d'une surface spécifiée	12
4.	Critères d'association.....	13
4.1	Détermination du critère choisi par le concepteur	13
4.2	Ecart à la surface nominale.....	15
4.3	Critère minimax.....	16
4.4	Critère des moindres carrés.....	17
4.5	Critères d'association pour un cône assemblé avec serrage	20
4.6	Critère d'association sur un filetage	21
5.	Association d'un système de références sans flottement	22
5.1	Processus séquentiel d'identification du système de références	22
5.2	Exemple d'association d'un système de référence complet.....	22
5.3	Association d'un système de références incomplet.....	24
5.4	Section définie par 2 points.....	26
5.5	Référence sur deux sections.....	27
6.	Association d'un système de références avec flottement	27
6.1	Critères avec références flottantes.....	27
6.2	Critères avec références flottantes au \textcircled{M} ou \textcircled{L}	28
6.3	Référence surfacique après une référence avec \textcircled{M} , \textcircled{L} , \textcircled{P}	31
6.4	Application particulière	32
6.5	Identification des écarts à la surface nominale	34
7.	Associations particulières	35
7.1	Décalage de la surface associée	35
7.2	Décalage d'une référence \triangleright	35
7.3	Références partielles mobiles	37

7.4	Variation de distance dans une référence [DV]	37
7.5	Translation du modèle nominal ><	38
8.	Association des éléments de contact.....	39
8.1	Association d'un plan tangent à une surface.....	39
8.2	Élément de contact sur une arête de faible rayon.....	41
9.	Chanfrein et congé.....	42
9.1	Principe de mesure	42
9.2	Définition du plan d'intersection	42
9.3	Mesure de la valeur locale d'un chanfrein.....	44
9.4	Mesure de la valeur locale d'un congé.....	45
9.5	Mesure de la valeur locale d'un congé sur un coin	46
10.	Dimensions locales.....	46

1. Introduction

1.1 Contexte de l'annexe

Les définitions des spécifications de cotation supposent une surface définie de manière continue. En réalité, même avec des grands nuages de points en mesure sans contact, le nombre de points est limité. La pratique de la métrologie impose de faire des mesures en appliquant des méthodologies pour choisir les points à identifier sur les pièces réelles, mais inévitablement, il y a une incertitude entre le point visé et le point réellement mesuré. Les algorithmes de traitement doivent donc être suffisamment robustes pour s'affranchir de ces incertitudes.

Cette annexe est surtout dédiée aux traitements numériques des nuages de points obtenus sur machines à mesurer avec un palpeur à contact ou en mesure sans contact. Toutefois, les valeurs mesurées avec des moyens traditionnels de mesure avec par exemple des micromètres, des comparateurs, des calibres avec des références sur des marbres, des équerres, des vés, restent parfaitement valides, même si cela introduit parfois des incertitudes de mesure.

Ce document expose les principes de métrologie pour les différents types de spécifications particulières. Il n'est pas exhaustif et ne prétend pas traiter tous les cas.

1.2 Principe de mesure des spécifications par zones de tolérance

Le principe du tolérancement consiste à positionner le modèle nominal sur les éléments de références de la pièce réelle pour pouvoir comparer la surface réelle spécifiée à la surface nominale spécifiée (Figure 1). La méthode consiste à associer successivement les surfaces nominales du système de références à l'élément de référence en respectant l'ordre primaire, secondaire et tertiaire.

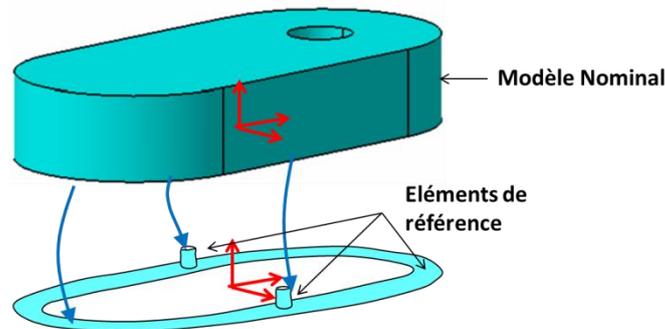


Figure 1 - Association d'un modèle nominal à une pièce réelle

Les zones partielles, les zones de tolérance et les plans d'orientation sont définis dans le modèle nominal.

Pour s'adapter aux différentes formes de zones de tolérance, avec tolérance variable, décentrage, unilimite, le principe du calcul consiste à déterminer la marge mi entre un point M_i de la surface tolérancée et la ou les limites de la zone de tolérance. La marge de la spécification est la plus petite des marges.

Le critère d'optimisation consiste à maximiser la marge. Si la marge ainsi maximisée est positive, la spécification est conforme.

La démarche de mesure d'une spécification comporte 4 principales étapes :

- Etape 1 : Association approximative du modèle nominal sur la pièce réelle pour identifier les zones partielles sur la pièce réelle
- Etape 2 : Association des surfaces nominales du système de références aux éléments de références de la pièce réelle
- Etape 3 : Identification de la surface spécifiée, dans le modèle nominal :
 - o zone de tolérance (avec le plan d'orientation)
 - o points à identifier et normale en chaque point
- Etape 4 : Mesure des points sur la surface réelle spécifiée, calcul de la surface tolérancée et maximisation de la marge sur la spécification.

1.3 Association d'un modèle nominal à une pièce réelle

1.3.1 Principe d'association

Le critère d'association permet d'associer la surface nominale de référence à l'élément de référence. Le critère a été choisi par le concepteur en fonction de la jonction de la pièce avec les pièces voisines, notamment en fonction de la présence ou non de jeux et des déformations des pièces. Le critère est indiqué par des modificateurs. Selon les modificateurs sur la référence, la surface associée à la surface réelle est :

- la surface nominale.
- une surface offset de la surface nominale.
- une surface translaturée de la surface nominale.

Il suffit donc de ces 3 paramètres pour traiter tous les cas d'association.

1.3.2 Identification des zones partielles

Les zones partielles utilisées comme références partielles ou comme surfaces spécifiées sont définies indépendamment des spécifications, uniquement en fonction des systèmes de références dans lesquelles elles sont utilisées.

Une solution approximative, mais généralement très suffisante dans le cas général, consiste à associer approximativement le modèle nominal à des surfaces de la pièce réelle (par exemple à l'aide d'une simple association de 6 points). Chaque zone partielle définie dans le modèle nominal est « projetée » sur la surface réelle.

1.3.3 Identification d'un système de références avec des zones partielles

Le système de références alors construit en respectant les règles établies sur les surfaces complètes à l'aide des éléments de référence restreints aux zones partielles.

NOTE : La précision de la position des zones partielles ainsi définie est généralement très suffisante pour construire le système de références et pour évaluer les spécifications. Sinon, cela révèle que la cotation n'est pas robuste ou que la référence n'est pas de qualité suffisante pour être utilisée comme référence.

La position des zones partielles peut être affinée. Pour cela, il faut trouver parmi l'ensemble des spécifications du dessin de définition le plus long système de références contenant la référence partielle à positionner. Le modèle nominal est maintenant associé explicitement à l'aide de ce système de références sans tenir compte du flottement, pour projeter la zone partielle définie dans ce modèle nominal sur la surface réelle. Le système de références peut alors être construit avec ces nouvelles zones partielles.

NOTE : une référence partielle peut éventuellement être utilisée dans plusieurs systèmes de références différents qui représentent des mises en position différentes des pièces. La zone partielle peut ainsi être légèrement différente en fonction du système de références dans lequel on l'utilise.

Une itération peut éventuellement être réalisée pour associer encore plus précisément les zones partielles, mais cette itération n'a généralement quasi aucun effet sur l'évaluation des spécifications.

2. Identification d'une surface spécifiée

2.1 Identification des zones partielles

La zone partielle a été définie dans le modèle nominal selon la procédure définie en 1.3.2 pour une spécification de forme ou selon la méthode définie en 1.3.3 pour une spécification avec un système de références, toujours en recherchant le plus grand système de références contenant la ou les références de la spécification étudiée.

Le cas échéant, des procédures spécifiques peuvent être imposées par la spécification (position du contour par rapport à un autre système de références, par rapport aux arêtes de la face...).

2.2 Identification d'une surface

L'élément spécifié est directement formé par les points M_i mesurés sur la surface réelle.

2.3 Identification d'un axe associé

Le modificateur G permet d'associer directement un cylindre à la surface réelle par les moindres carrés. Les extrémités du cylindre sont calculées par intersection de l'axe associé avec les surfaces nominales des faces voisines.

A défaut, il est tout à fait satisfaisant de considérer les deux projections les plus éloignées des points mesurés.

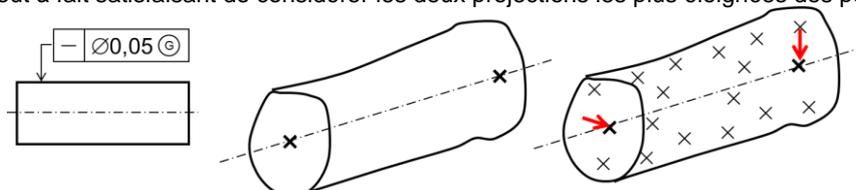


Figure 2 - Axe associé à un cylindre

NOTE : Ces deux points extrêmes doivent être dans la zone de tolérance.

2.4 Identification d'un axe réel

2.4.1 Définition de l'axe réel

NOTE : Un axe est par définition un élément virtuel calculé. Par abus de langage, le terme « axe réel » désigne l'axe de la surface réelle.

L'élément spécifié est l'axe réel défini par l'ensemble des axes des tronçons associés par les moindres carrés. L'axe du tronçon est la portion de l'axe nominal de la surface associée au tronçon limitée à l'étendue du tronçon.

Par définition, le tronçon associé est nominal. En particulier, pour un cylindre ou un cône, le rayon est nominal.

NOTE 1 : théoriquement, si la répartition est uniforme, l'axe est indépendant du rayon. Par contre, l'influence d'un défaut de répartition des points est plus faible en associant la surface par les moindres carrés avec un offset. Les offsets sont indépendants pour chaque tronçon.

L'identification d'un axe impose de disposer d'un nuage de points répartis sur toute la surface, avec un nombre minimum de points par tronçon.

2.4.2 Axe réel d'un cylindre

La Figure 3 illustre un palpage en 4 tronçons avec une répartition uniforme des points dans chaque tronçon. La définition de l'axe réel se déroule en 3 étapes :

- Etape 1 : Détermination du cylindre associé à la surface réelle complète par la méthode des moindres carrés. Ce cylindre donne la direction générale du cylindre et l'axe approché.
- Etape 2 : Les points sont partitionnés dans les tronçons suivant le nombre de tronçons donné par le métrologue. Dans chaque tronçon au voisinage d'une section, on associe un cylindre parallèle à l'axe approché, par les moindres carrés avec offset.
- Etape 3 : l'axe du tronçon est l'axe du cylindre associé sur l'étendue du tronçon.

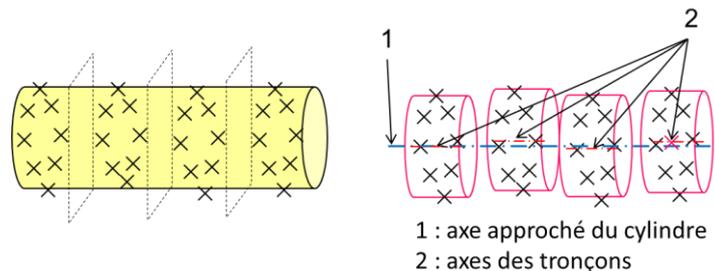


Figure 3 - Définition de l'axe réel d'un cylindre

NOTE : Pour optimiser la définition de cet axe, il est préférable d'imposer un palpage dans un nombre donné de tronçons, par exemple en palpant 8 points par tronçon.

Il est possible de déterminer l'axe à partir d'un nuage de points quelconque, sous réserve d'une répartition uniforme des points. Le nombre de tronçons peut être demandé au métrologue ou déduit du nuage de points de sorte que chaque tronçon comporte des points suffisamment répartis autour de l'axe. Une répartition non uniforme peut générer une incertitude de mesure. Chaque tronçon doit comporter au minimum 3 points qui couvrent un secteur cylindrique d'angle supérieur à 180°.

2.4.3 Axe réel d'une surface de révolution

La méthode est similaire pour toutes les autres surfaces de révolution. La Figure 4 définit la méthode pour l'axe d'un cône.

- Etape 1 : détermination du cône associé à la surface réelle complète par la méthode des moindres carrés. Ce cône donne la direction générale du cône et l'axe approché.
- Etape 2 : Dans chaque tronçon au voisinage d'une section, on associe un cône parallèle à l'axe approché de rayon variable, par les moindres carrés
- Etape 3 : l'axe du tronçon est l'axe du cône associé sur l'étendue du tronçon.

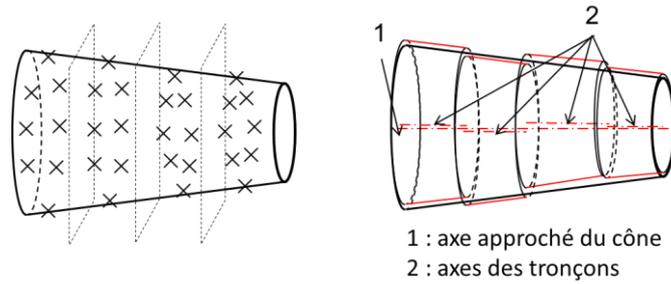


Figure 4 - Définition de l'axe réel d'un cône

2.4.4 Axe réel d'une tubulure

La méthode est similaire pour toutes les autres surfaces définies autour d'un axe, avec des sections circulaires ou quelconques.

- Etape 1 : détermination de la surface nominale associée à la surface réelle complète par la méthode des moindres carrés. Les sections sont déterminées dans le plan perpendiculaire à l'axe nominal.
- Etape 2 : dans chaque tronçon au voisinage d'une section, on associe une surface nominale parallèle à l'axe approché, par les moindres carrés (la translation est dans le plan de la section perpendiculaire à l'axe)
- Etape 3 : l'axe du tronçon est l'axe de la surface nominale associée sur l'étendue du tronçon.

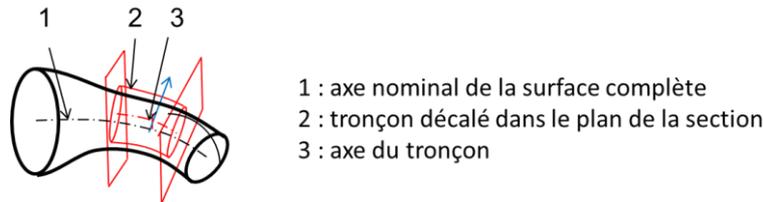


Figure 5 - Définition de l'axe réel d'une tubulure

2.4.5 Axe réel d'une surface quelconque

La méthode est similaire pour toutes les autres surfaces pour lequel un axe a été défini dans le modèle nominal.

- Etape 1 : détermination de la surface nominale associée à la surface réelle complète par la méthode des moindres carrés. Les sections sont déterminées dans le plan perpendiculaire à l'axe nominal.
- Etape 2 : dans chaque tronçon, on associe un tronçon nominal par 2 translations et une rotation dans le plan perpendiculaire à l'axe avec le critère des moindres carrés.
- Etape 3 : l'axe du tronçon est l'axe de la surface nominale associée sur l'étendue du tronçon.

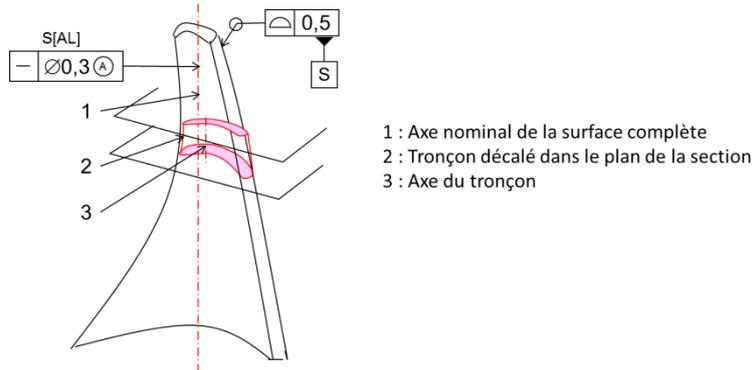


Figure 6 - Définition de l'axe réel d'une surface quelconque

2.5 Identification d'une surface médiane

2.5.1 Surface médiane réelle de deux plans parallèles

La surface médiane est le lieu des milieux des bipoints (Figure 7a).

La Figure 7b illustre la méthodologie de choix des points palpés. Les points N_i sont choisis, par exemple selon une grille sur la surface nominale. Les points P_i et Q_i sont les points à identifier sur les faces latérales sur la droite passant par N_i et normale au plan nominal.

La Figure 7c illustre la méthodologie de traitement du nuage de points.

- Etape 1 : détermination de deux plans parallèles à distance variable aux deux faces latérales par la méthode des moindres carrés. Ces plans donnent le plan médian nominal de normale \vec{n} .
- Etape 2 : Pour chaque point P_i d'une face, on cherche le point Q_i appartenant à l'autre face le plus proche de la droite passant par P_i et de normale \vec{n} .
- Etape 3 : Le point M_i de la surface médiane est le point milieu de P_i et Q_i .

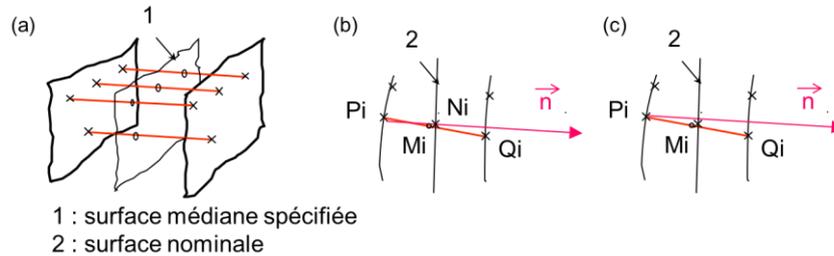


Figure 7 - Définition de l'axe réel d'une tubulure

2.5.2 Surface médiane réelle d'une surface quelconque

La méthode est similaire pour toutes les autres surfaces pour lequel une surface médiane a été définie dans le modèle nominal.

- Etape 1 : détermination de la surface nominale associée à la surface réelle complète par la méthode des moindres carrés. Cette association donne la surface médiane nominale.
- Etape 2 : Partitionner la surface médiane nominale en carreaux. Soit N_i le point au centre du carreaux et \vec{n}_i la normale à la surface médiane en N_i . Soient P_i et Q_i les points des faces latérales qui peuvent être projeté sur le carreau. Associer la surface nominale à ces points P_i et Q_i par la méthode des moindres carrés avec uniquement une translation de la surface dans la direction de la normale \vec{n}_i .
- Etape 3 : la surface médiane du tronçon est la surface médiane de la surface associée au tronçon limitée à l'étendue du tronçon.

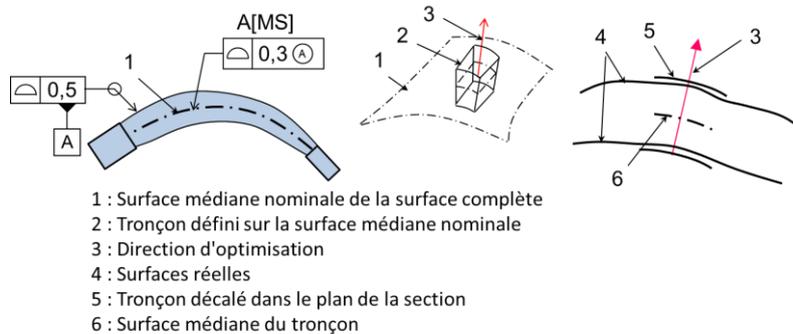


Figure 8 - Surface médiane d'une surface complexe

3. Caractérisation des défauts de la surface spécifiée

3.1 Marge d'une surface spécifiée et conformité d'une spécification

3.1.1 Système de références sans mobilité résiduelle

Si le système de références ne laisse aucune mobilité résiduelle, la surface nominale spécifiée, la zone de tolérance et tous les points de mesure M_i sont exprimés dans le même repère.

La zone de tolérance peut être bilimite ou unilimite (en particulier avec \textcircled{M} sur l'élément spécifié), avec des tolérances constantes ou variables. La tolérance peut être constante ou variable.

Si la zone de tolérance est variable, la tolérance au point M_i est notée t_i au voisinage. Si la tolérance est fixe, la tolérance est $t_i = t = \text{cte}$.

Définition :

- Zone unilimite : La marge m_i d'un point M_i est l'écart du point à la limite de la zone de tolérance

- **Zone bilimitée : La marge m_i d'un point M_i est le plus petit des deux écarts du point aux deux limites de la zone de tolérance.**

L'écart à la limite de la zone de tolérance est mesuré perpendiculairement à la surface nominale.
La marge m_i d'un point M_i est positive si le point est dans la zone de tolérance :

Pour une zone de tolérance unilimitée (maxi matière) (Figure 9a), la marge du point M_i est :
$$m_i = t/2 - e_i$$

Pour une zone de tolérance de position de largeur t centrée sur la surface nominale (Figure 9b), e_i étant l'écart du point M_i à la surface nominale, la marge du point M_i est :

- Marge de M_i côté extérieur matière : $m_{Mi} = t/2 - e_i$,
- Marge de M_i côté intérieur matière : $m_{Li} = t/2 + e_i$,
- Marge de M_i : $m_i = \min(t/2 - e_i, t/2 + e_i)$,

Définition : La marge d'une spécification est la plus petite des marges de tous les points de la surface spécifiée.

- Marge côté extérieur matière : $M_M = \min(m_{Mi})$,
- Marge côté intérieur matière : $M_L = \min(m_{Li})$,
- Marge : $M = \min(M_M, M_L)$,

Règle : la spécification est vérifiée si tous les points M_i sont dans la zone de tolérance, c'est-à-dire si la marge de la spécification est positive.

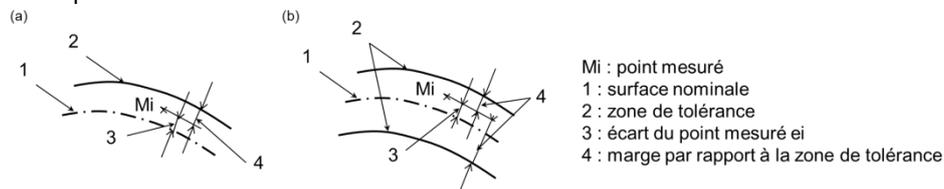


Figure 9 - Marge par rapport à la zone de tolérance de position

NOTE : la connaissance des marges supérieure et inférieure permet de recentrer la production.

Définition : L'écart de position d'une surface spécifiée est la plus grande distance des points de la surface réelle à la surface nominale.

$$E = \max(|e_i|)$$

NOTE : l'écart de position d'une surface est toujours positif. Des surfaces très différentes peuvent avoir le même écart de position.

3.1.2 Optimisation

S'il y en a, les degrés de libertés supplémentaires doivent être exploités pour que la surface spécifiée respecte la marge :

- Spécification de forme : Les 6 degrés de libertés sont disponibles pour optimiser la position de la surface nominale.
- Mobilités résiduelles du système de références : Les mobilités résiduelles sont disponibles pour optimiser la position de la surface nominale.
- Modificateur OZ, cylindricité, circularité (la zone de tolérance est décentrée sur une surface offset de la surface nominale)
- Battement (La zone de tolérance est décalée axialement et radialement).

Cette optimisation est réalisée en maximisant la marge de la spécification, tout en respectant éventuellement toutes les contraintes de construction du système de références.

Ce critère est : maximiser la marge M .

Règle : la spécification est vérifiée si :

- Tous les points M_i sont dans la zone de tolérance, c'est-à-dire si la marge de la spécification est positive.
- Toutes les contraintes du système de références sont respectées.

L'écart sera défini après balancement du système de références :

- Si le système de références ne laisse aucune mobilité résiduelle, la surface nominale spécifiée, la zone de tolérance et tous les points de mesure M_i sont exprimés dans le même repère.
- Si le système de références laisse des mobilités résiduelles, la position du système de références est la position optimale telle que la marge sur la spécification soit maximale.

Critère : Marge maximale.

3.2 Ecart de position des points et des surfaces spécifiées

3.2.1 Ecart d'un point mesuré M_i par rapport à une surface

Définition : L'écart e_i d'un point M_i par rapport à une surface nominale (Figure 10) est la distance du point M_i à la surface nominale avec $e_i = \overline{N_i M_i} \cdot \vec{n}_i$. N_i est le point de la surface nominale le plus proche du point M_i . \vec{n}_i est la normale à la surface au point N_i .

- L'écart est positif si le point est du côté extérieur matière
- L'écart est négatif si le point est du côté intérieur matière

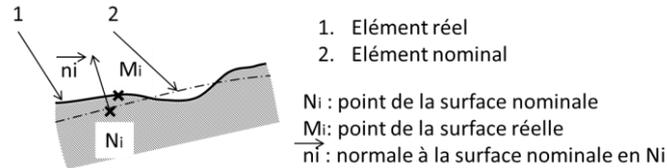


Figure 10 - Ecart d'un point par rapport au nominal

L'écart de localisation de la surface est $E = \max(e_i)$

3.2.2 Ecart de position d'un point par rapport à un axe

Pour un axe rectiligne (Figure 11a) :

M_i est le point de l'axe réel, N_i un point de l'axe nominal, \vec{v} vecteur unitaire de l'axe

L'écart e_i du point M_i est :

$$e_i = \left\| \overline{N_i M_i} \right\|. \text{ Avec } \overline{O N_i} = \overline{O N} + \overline{N M_i} \cdot \vec{v}$$

Pour un axe courbe (Figure 11b):

M_i est le point de l'axe réel, N_i le point de l'axe nominal de plus proche de M_i , \vec{v}_i vecteur unitaire de l'axe au point N_i

L'écart e_i du point M_i est :

$$e_i = \left\| \overline{N_i M_i} \right\|. \text{ Avec } \overline{O N_i} = \overline{O N} + \overline{N_i M_i} \cdot \vec{v}_i$$

L'écart de localisation de l'axe est $E = \max(e_i)$

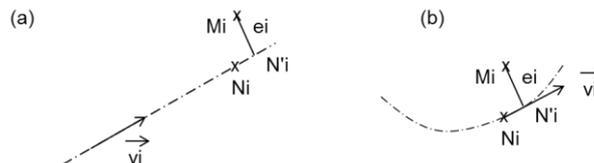


Figure 11 - Ecart d'un point par rapport à un axe

3.2.3 Marge par rapport à une frontière \textcircled{M} ou \textcircled{L}

Pour une spécification au maximum ou au minimum de matière, la marge est directement donnée par rapport à la surface offset correspondant à la dimension au maximum de matière Figure 12a ou au minimum de matière Figure 12c. La marge m_i est directement déterminée selon la normale à la surface.

La marge peut être calculée de la même façon directement sur une surface offset d'une surface nominale complexe.

La marge m_i du point M_i à la surface offset est :

$$m_i = \delta - \overline{N_i M_i} \cdot \vec{n}_i.$$

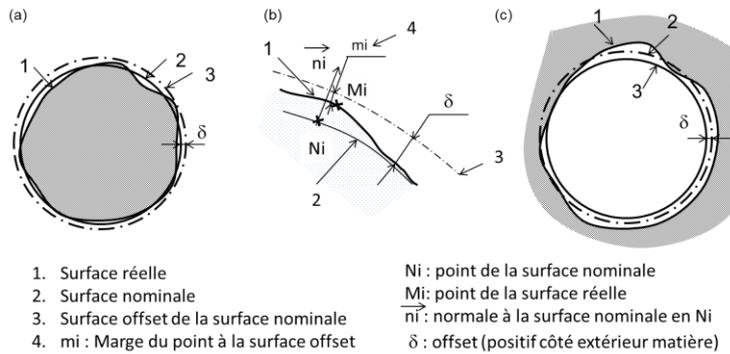


Figure 12 - Marge pour une spécification au maxi ou mini matière

3.2.4 Ecart de position d'un axe dans une zone entre deux plans

Mi est le point de l'axe réel, N un point de l'axe nominal, \vec{n} vecteur normal à la zone de tolérance
L'écart e_i en MI est :

$$e_i = \overrightarrow{NiMi} \cdot \vec{n}$$

Ecart de localisation de l'axe est $E = \max(|e_i|)$

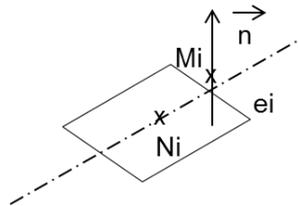


Figure 13 - Ecart de position d'un axe dans une zone plane

3.2.5 Ecart de position d'un point par rapport à un point

L'écart e_i d'un point Mi par rapport à un point nominal N (Figure 10d) est la distance entre ces points : $e_i = \|\overrightarrow{MiN}\|$.



Figure 14 - Ecart d'un point par rapport à un point

Ecart de localisation du point est $E = \max(|e_i|)$

3.3 Ecart d'orientation

L'écart d'orientation est la dimension de la zone parallèle à la surface nominale la plus étroite possible qui contient l'élément spécifié (La zone parallèle est obtenue par translation de la zone construite centrée sur la surface nominale).

La zone de tolérance est définie en position nominale, éventuellement en tolérance variable. L'optimisation doit rechercher le vecteur translation à appliquer à la zone de tolérance pour maximiser la marge de la spécification.

- Pour une zone de tolérance entre deux plans, le vecteur translation est perpendiculaire au plan (Figure 15a)
- Pour une zone de tolérance d'une surface complexe quelconque, le vecteur translation est quelconque (Figure 15b). Si la surface est prismatique, le vecteur est perpendiculaire à la direction de la prismatique.
- Pour une zone de tolérance sur une surface cylindrique, le vecteur translation est perpendiculaire à l'axe (Figure 15c).

NOTE : lorsqu'il y a plusieurs zones de tolérance d'orientation, il y a une translation inconnue par zone de tolérance. Il n'y a donc qu'une seule translation inconnue en cas de zone commune.

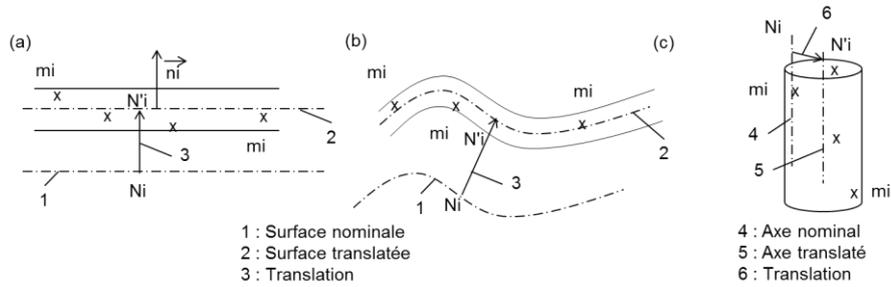


Figure 15 - Ecart d'orientation

Sous l'effet de la translation, le point nominal N_i passe en N'_i . Le calcul des écarts e_i et des marges m_i se fait comme pour la position (voir 3.2).

L'optimisation permet donc de déplacer globalement le modèle nominal à l'aide des degrés de liberté du système de références, puis de translater chaque zone de tolérance indépendamment les unes des autres.

3.4 Ecart de forme

3.4.1 Ecart de forme d'une surface

L'écart de forme est la largeur de la zone de tolérance la plus étroite possible centrée sur la surface nominale qui contient la surface réelle. L'écart est mesuré selon la normale à la surface.

$$\text{Ecart de forme} = 2 \cdot \text{Max} (|e_i \text{ maxi}|, |e_i \text{ mini}|)$$

L'association de la surface nominale est réalisée en exploitant les 6 degrés de liberté pour minimiser l'écart de forme.

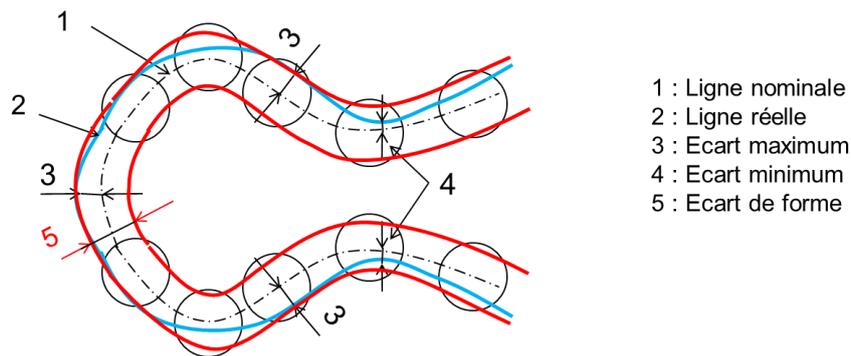


Figure 16 - Ecart de forme d'une surface

Pour les spécifications avec tolérance variable, la marge m_i au point m_i est :

- Marge de M_i côté extérieur matière : $m_{Mi} = t_i/2 - e_i$,
 - Marge de M_i côté intérieur matière : $m_{Li} = t_i/2 + e_i$,
- La marge est $M = \min (m_{Mi}, m_{Li})$

L'association de la surface nominale est réalisée en exploitant les 6 degrés de liberté pour maximiser la marge.

3.4.2 Ecart de forme apparent d'une surface complexe

L'écart de forme apparent est la largeur de la zone de tolérance la plus étroite possible entre des surfaces offset de la surface nominale qui contiennent la surface réelle.

$$\text{Ecart de forme apparent} = e_i \text{ maxi} - e_i \text{ mini}$$

L'association est réalisée en minimisant l'écart de forme apparent.

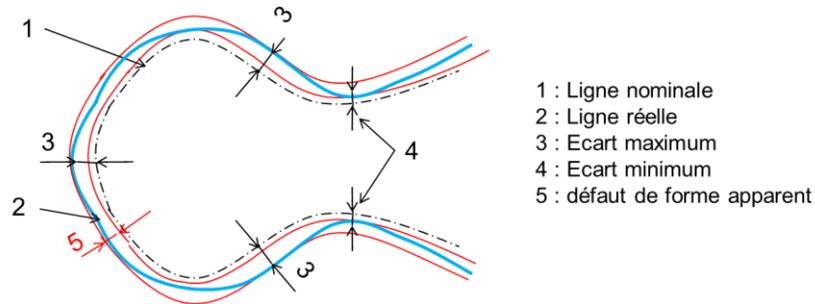


Figure 17 - Défaut de forme apparent d'une surface

Pour les spécifications avec tolérance variable, la marge est calculé en chaque point M_i :

- La marge côté extérieur matière : $M_M = \min(t_i/2 - e_i)$,
- La marge côté intérieur matière : $M_L = \min(t_i/2 + e_i)$,

L'association est réalisée en maximisant la somme des marges $S = M_M + M_L$

Le résultat est donné par les deux surfaces offsets qui correspondent aux marges $M_M + M_L$

3.4.3 Ecart de forme d'une ligne

L'écart e_i de chaque point M_i par rapport à la surface ligne nominale est calculé comme en 3.2.2.

La marge en ce point est $m_i = t_i/2 - e_i$.

La marge globale est $M = \min(m_i)$.

L'association de la surface nominale est réalisée en exploitant les 6 degrés de liberté pour maximiser la marge M .

3.5 Défaut d'un lot de pièces

3.5.1 Ecart moyen, écart type et inertie en un point d'un lot de pièces

Ces grandeurs sont calculées en mesurant le lot de pièces toujours au même point.

Ecart moyen : moyenne des écarts du point mesurés sur les différentes pièces du lot

Ecart type du point : Ecarts type des écarts du point mesurés sur les différentes pièces du lot

Inertie du point : Inertie calculée avec l'écart moyen et l'écart type du point.

3.5.2 Inertie d'un lot de pièces

L'inertie du lot est la plus grande des inerties calculées sur tous les points de la surface

3.5.3 Dispersion d'un lot de pièces

La dispersion du lot est égale à 6 fois le plus grand des écarts types calculés sur tous les points

3.6 Identification d'une surface spécifiée

3.6.1 Torseur d'écart d'une surface spécifiée

L'identification d'une surface réelle consiste à exprimer le déplacement à effectuer à la surface nominale pour qu'elle représente le mieux possible la surface réelle en respectant le critère des moindres carrés.

- Pour un cylindre, le rayon est variable
- Pour deux plans parallèles, la distance entre les plans est variable.

Lorsque le déplacement angulaire est de faible amplitude ($<1^\circ$ par exemple), le déplacement peut être décrit à l'aide d'un torseur.

Définition : Le torseur d'écart de la surface spécifiée par rapport à la surface nominale décrit le déplacement à appliquer à la surface nominale pour qu'elle représente le mieux possible la surface réelle selon un critère donné. Ce déplacement est décrit l'aide de deux vecteurs :

- La translation de l'origine du repère nominal
- La rotation du repère nominal

NOTE 1 : selon les besoins, certains degrés de liberté peuvent être bloqués, par exemple pour ne faire apparaître que des écarts qui correspondent à des réglages disponibles sur la machine de production.

3.6.2 Torseur d'écart d'une surface spécifiée dans le repère nominal local

Le torseur d'écart peut être exprimé dans tout repère à définir, en particulier dans un repère lié à la surface nominale spécifiée. Le vecteur translation correspond à un point remarquable de la surface, par exemple le centre de gravité de la surface.

Le torseur d'écart des principales surfaces sont :

Plan de normal z : $(\alpha, \beta, 0, 0, 0, w)$

Cylindre d'axe z : $(\alpha, \beta, 0, u, v, 0) + \Delta R$ (écart de rayon par rapport au rayon nominal)

Cône d'axe z : $(\alpha, \beta, 0, u, v, 0) + \Delta R$ (écart de rayon par rapport au rayon nominal à l'origine),
 $\Delta\varphi$ (écart sur l'angle du cône)

Surface de révolution d'axe z : $(\alpha, \beta, 0, u, v, 0)$

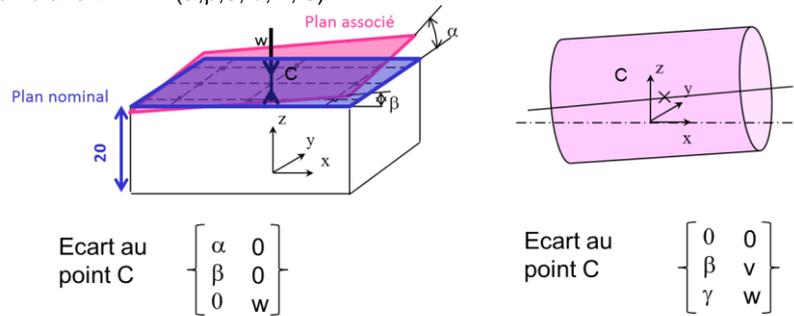


Figure 18 - Torseur d'écart d'un plan et d'un cylindre

3.6.3 Ecart d'orientation d'un lot de pièces

Le torseur d'écart est mesuré pour chacune des pièces du lot, ce qui donne les angles, α_i , β_i , γ_i de chaque pièce.

Ecart angulaire moyen autour de l'axe \vec{x} : moyenne des écarts α_i mesurés sur les différentes pièces du lot

Ecart type angulaire moyen autour de l'axe \vec{x} : Ecart type des écarts α_i mesurés sur les différentes pièces du lot.

3.6.4 Modélisation du défaut de forme global d'une surface

Selon les besoins, pour représenter le mieux possible la surface réelle, il est possible d'ajouter un modèle de déformation de la surface nominale avec une loi parfaitement définie dépendant de quelques paramètres de déformation.

- Association d'un cône à une surface nominale cylindrique (la variable supplémentaire est l'angle du cône),
- Torsion hélicoïdale pour représenter le vrillage d'une pièce (la variable supplémentaire est le pas de l'hélice),
- Flèche pour représenter la flexion ou une déformation (la variable supplémentaire est la flèche en un point donné)

L'association par les moindres carrés est réalisée en ajoutant à la liste des paramètres du torseur des petits déplacements, les variables supplémentaires de la loi de déformation de la surface en fonction du point nominal N_i . La fonction f dépend des paramètres à optimiser pour minimiser $S = \sum e_i^2$.

avec $e_i = \vec{N}_i \vec{M}_i \cdot \vec{n}_i + f(x_{Ni}, y_{Ni}, z_{Ni})$

- Le défaut de forme global de la surface est décrit par les valeurs des paramètres de déformation.
- L'écart de forme résiduel par rapport au modèle nominal déformé est donné par l'écart e_i en chaque point obtenu en calculant f avec les valeurs des paramètres.

4. Critères d'association

4.1 Détermination du critère choisi par le concepteur

4.1.1 Critère par défaut

Lorsque le critère n'est pas indiqué, le tableau Figure 19 indique le critère défini par défaut en fonction de la surface et des modificateurs.

Maxi matière	$A \{ \delta \} \textcircled{M}$	Surface offset hors matière	$e_i \geq 0$
Mini matière	$A \{ \delta \} \textcircled{L}$	Surface offset dans la matière	$e_i \leq 0$
Zone projetée	$A \textcircled{P}$	Axe dans la zone de tolérance	$e_i \leq t/2$

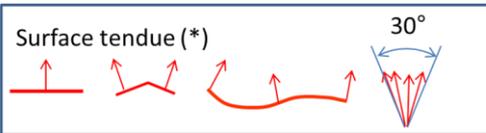
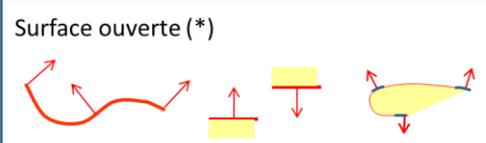
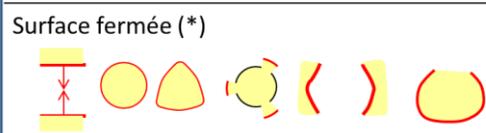
Surface tendue (*)		[CO] : surface nominale tangente extérieure matière minimisant la distance maxi.
Surface ouverte (*)		[GM] : Surface nominale minimisant $S = \sum s_i \cdot e_i^2$
Surface fermée (*)		[GV] : Surface nominale minimisant $S = \sum s_i \cdot (e_i - \delta)^2$. δ est l'offset constant pour toute la surface
Cône Coin entre deux plans		[GA] : moindres carrés à angle variable
Filetage Taraudage		Bague fileté Tampon fileté

Figure 19 - Choix du critère d'association

- s_i = aire de la facette autour du point M_i
- e_i = écart entre le point M_i et la surface nominale
- δ = offset par rapport à la surface nominale

(*) Le critère dépend de l'étendue des surfaces limitées aux zones partielles, sans les références partielles mobiles qui ont systématiquement un offset spécifique.

Une surface est dite ouverte si toutes ces normales peuvent être incluses dans un cône de 30°. (Dans assemblage, les deux surfaces sont en contact sans déformation).

Une surface est dite fermée si toutes ces normales ne peuvent pas être incluses dans un cône de moins de 180° et si la surface ne peut pas contenir une surface offset d'elle-même (Figure 20a et b).

Une surface est dite ouverte si toutes ces normales ne peuvent pas être incluses dans un cône de moins de 30° et si la surface peut contenir une surface offset d'elle-même (Figure 20c et d).

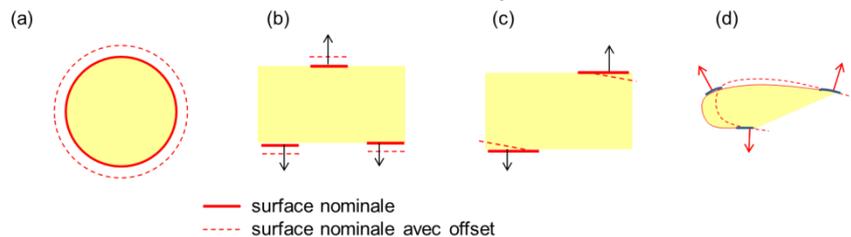


Figure 20 - Surface fermée et ouverte

4.1.2 Critère explicitement donné par le concepteur

Le concepteur peut imposer un critère particulier dans le cadre référence. Le critère est donc imposé pour toutes les spécifications utilisant cette référence, sauf indications complémentaires dans le cadre de tolérance.

A titre d'exemple, la limite de 30° pour les surfaces tendues étant arbitraire, il est possible d'imposer le critère en écrivant [CO] (Outside) pour minimax ou [G] pour le critère des moindres carrés à droite du nom de la surface dans le cadre de référence. Ce critère sera utilisé pour toutes les spécifications utilisant cette référence.

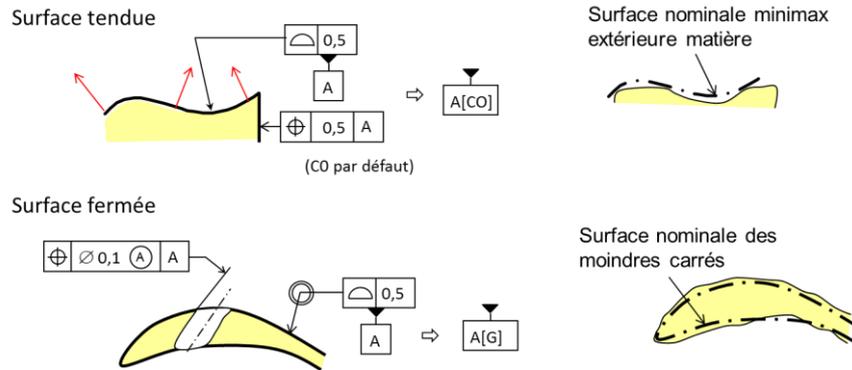


Figure 21 - Indication du critère d'association

Le critère [G] impose les moindres carrés, mais laisse au métrologue la liberté d'optimiser ou non l'offset.
 Le critère [GM] impose de ne pas utiliser d'offset.
 Le critère [GV] impose d'utiliser un offset pour les surfaces fermées.

4.1.3 Choix des offsets avec les moindres carrés

La problématique de mise en œuvre ou non d'un offset pour la méthode des moindres carrés sur des surfaces fermées peut être laissée au métrologue. En effet, si la surface est complète et si la répartition des points est uniforme, l'association de la surface nominale sera identique avec ou sans offset. L'application d'un offset diminue simplement l'incertitude due à la non uniformité des points. Pour l'association d'une surface composée avec offset, les offsets sont impérativement indépendants si les surfaces élémentaires sont différentes. Il est possible de ne définir qu'un seul offset lorsque la composition est relative au fractionnement d'une seule surface. Pour un groupe de trous, il est théoriquement préférable d'avoir un offset par trou, par contre, l'effet est négligeable sur le résultat si la répartition des points est uniforme.

4.2 Ecart à la surface nominale

4.2.1 Ecart d'un point à la surface nominale

La Figure 22 montre une surface réelle et la surface nominale. L'écart en tout point de la surface réelle est la distance mesurée selon la normale à la surface nominale, avec un signe positif si le point est du côté extérieur matière par rapport à la surface nominale et un signe négatif, si le point est du côté intérieur matière.

Le point M_i identifié sur la surface réelle ne pouvant pas être rigoureusement en face du point nominal N_i , si \vec{n}_i est la normale unitaire au point N_i dirigée vers l'extérieur de la matière, l'écart du point M_i à la surface nominale e_i est donné par la relation :

$$e_i = \overrightarrow{N_i M_i} \cdot \vec{n}_i$$

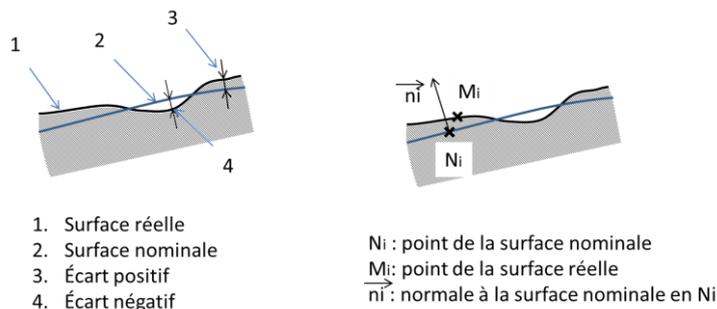


Figure 22 - Ecart à la surface nominale

4.2.2 Ecart d'un point à la surface offset de la surface nominale

La Figure 23 montre une surface nominale et la surface offset avec un décalage de δ . δ est positif si le décalage est dans le sens de la normale.

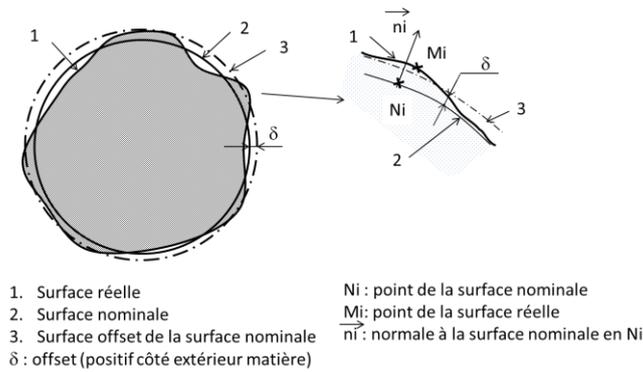


Figure 23 - Ecart à la surface offset

L'écart du point M_i à la surface offset est :

$$ei = \overrightarrow{N_i M_i} \cdot \vec{n}_i - \delta.$$

4.2.3 Ecart d'un point à la surface translattée de la surface nominale

La Figure 24 montre une surface nominale et la surface translattée de δ dans la direction \vec{p} .

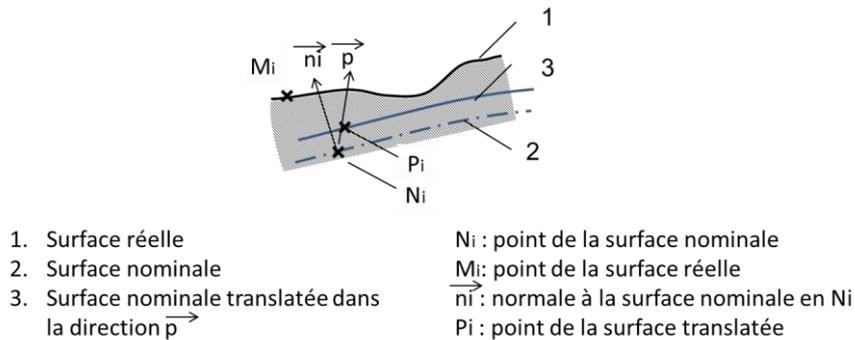


Figure 24 - Ecart à la surface translattée dans la direction \vec{p}

L'écart e_i du point M_i mesuré selon la normale \vec{n}_i au point N_i à la surface translattée est :

$$ei = \overrightarrow{N_i M_i} \cdot \vec{n}_i - \delta \cdot \vec{p} \cdot \vec{n}_i$$

4.3 Critère minimax

4.3.1 Association d'une surface par le critère minimax

La surface doit être associée à l'élément de référence de sorte que :

- La surface associée soit tangente extérieure matière
- La distance du point le plus éloigné à la surface associée soit minimale.

La surface associée est la surface nominale ou éventuellement la surface translattée.

L'expression mathématique est :

- Max (| e_i |) minimal
- Les contraintes sont : $e_i \leq 0$

NOTE 1 : L'association par le critère minimax peut être obtenu par l'algorithme Chebychev extérieur matière ou par un solveur. Ce critère est noté [CO]. (O = Outside)

Le principe d'association par le critère minimax fonctionne bien, même si la surface n'a plus aucune mobilité pour minimiser la distance maxi. L'algorithme donne une surface simplement tangente.

L'association d'un plan secondaire après un plan primaire impose de balancer le modèle nominal autour d'une droite Δ perpendiculaire au plan primaire, pour minimiser la distance du point le plus éloigné à la référence secondaire. Figure 25a

La Figure 25b illustre une face plane secondaire avec un sommet en haut et un sommet en bas. Cette configuration très particulière est très instable. Si le contact est sur la pointe supérieure, la distance maxi est au point inférieur. Il suffit d'un léger décalage des points par rapport à Δ , pour faire basculer l'association. Ce cas très théorique n'est pas robuste et ne devrait pas être proposé par un concepteur.

Par contre ce problème apparaît en n'identifiant que 4 points sur une surface plane avec un contour circulaire par exemple ou plus généralement en discrétisant des points sur une surface courbe Figure 25c.

REGLE : pour éviter ce problème, il faut éviter de définir des points au voisinage de la ligne médiane, tout en identifiant des points dans la partie haute et dans la partie basse Figure 25d.

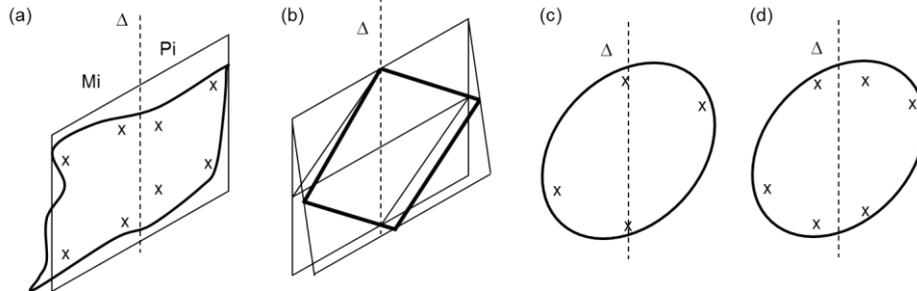


Figure 25 - Plan minimax secondaire

4.3.2 Ecriture de la contrainte de tangence

Avec les systèmes de références flottants, il n'est pas forcément possible d'associer séquentiellement les références primaire, secondaire et tertiaire. L'association par le critère minimax peut être réduite à un critère de tangence pour ne pas bloquer certains degrés de libertés déjà bloqués par les références prioritaires.

La surface nominale est extérieure matière si : $ei \leq 0$

S'il n'y a plus qu'un seul degré de liberté, la contrainte de tangence en un point (Figure 26a) est de la forme : $\text{Max}(ei) = 0$

S'il y a un degré de liberté en rotation autour d'une droite Δ , la contrainte de tangence impose un point de contact de chaque côté de la droite Δ (Figure 26b). Il faut partitionner les points en deux sous ensembles Mi et Pi de chaque côté de la droite en éliminant les points trop proches de la ligne médiane.

La condition est de la forme :

- Pour les points Mi : $\text{Max}(ei) = 0$
- Pour les points Pi : $\text{Max}(ei) = 0$

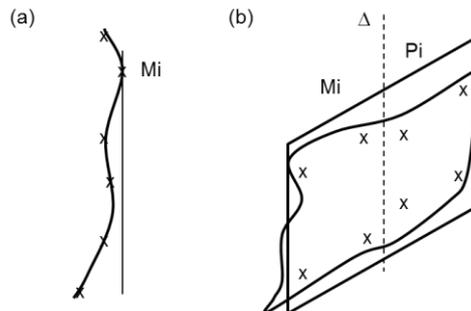


Figure 26 - Critères de tangence en un ou deux points

4.4 Critère des moindres carrés

4.4.1 Analyse du modèle physique d'une liaison avec serrage

Le modèle présenté est très élémentaire. Par contre, il permet d'identifier quelques caractéristiques intéressantes de la méthode des moindres carrés. Le modèle élastique simpliste proposé considère que la raideur des pièces est la même en tous les points de la liaison. Cela revient à considérer que la pièce voisine comporte une couche élastique d'épaisseur constante pour absorber les défauts de forme, avec une pression répartie afin d'assurer l'équilibre statique de la liaison.

La Figure 27 représente une liaison avec serrage composé d'un support et d'un bloc. Le serrage impose une pression de contact entre les pièces. Chaque petite surface élémentaire du bloc autour du point $Mi(x_i, y_i, z_i)$ est soumise à une pression donc à un effort de compression F_i .

Si les deux pièces sont parfaites, les deux repères X_s, Y_s, Z_s et X_b, Y_b, Z_b sont confondus. La largeur des pièces dans ces conditions d'équilibre est $2L$.

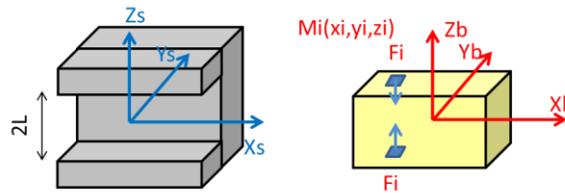


Figure 27 - Assemblage nominal avec serrage

S'il y a un défaut local sur le bloc, la compression au voisinage de la bosse sera plus élevée. L'équilibre statique dans la liaison va déplacer le bloc par rapport au repère initial du support. Ce déplacement est caractérisé par les deux rotations α et β autour de X et Y et la translation w à l'origine du repère.

Dans le repère s de la pièce support, la nouvelle position de tout point M (x_i, y_i, z_i) du support devient $M'(x_i, y_i, z'_i)$ avec $z'_i = z_i + w + \alpha \cdot y_i - \beta \cdot x_i$.

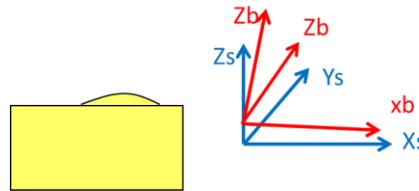


Figure 28 - Influence d'un défaut local

Sous l'effet de ces déplacements, la compression des différents points va changer. Sachant qu'à l'équilibre, la largeur des deux pièces est $2L$, l'effort supplémentaire dû au déplacement peut être calculée pour les deux côtés du bloc :

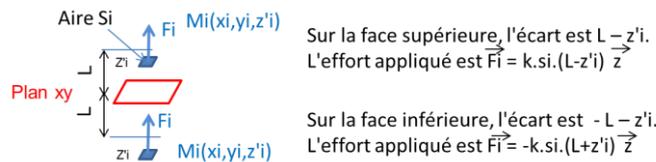


Figure 29 - Calcul des efforts élémentaires

L'équilibre statique est respecté si les 3 conditions sont remplies :

- Moment en x = $-k \cdot [\sum s_i \cdot (\xi_j \cdot y_i) + w \cdot \sum s_i \cdot y_i + \alpha \cdot \sum s_i \cdot y_i^2 - \beta \cdot \sum (s_i \cdot x_i \cdot y_i)] = 0$
- Moment en y = $-k \cdot [\sum s_i \cdot (\xi_j \cdot x_i) + w \cdot \sum s_i \cdot x_i + \alpha \cdot \sum (s_i \cdot x_i \cdot y_i) - \beta \cdot \sum s_i \cdot x_i^2] = 0$
- Résultante en z = $-k \cdot [\sum s_i \cdot (\xi_j) + w \cdot \sum s_i + \alpha \cdot \sum s_i \cdot y_i - \beta \cdot \sum s_i \cdot x_i] = 0$

Avec les écarts des points du bloc : $\xi_j = z_i - L$ pour les points du plan supérieur et $\xi_j = z_i + L$ pour les points du plan inférieur.

La position est indépendante de la raideur k . Si la densité de points est constante, l'aire de la surface élémentaire s_i est la même pour tous les points. Le système d'équation devient :

- $\sum (\xi_j \cdot y_i) + w \cdot \sum y_i + \alpha \cdot \sum y_i^2 - \beta \cdot \sum (x_i \cdot y_i) = 0$
- $\sum (\xi_j \cdot x_i) + w \cdot \sum x_i + \alpha \cdot \sum (x_i \cdot y_i) - \beta \cdot \sum x_i^2 = 0$
- $\sum (\xi_j) + w \cdot n + \alpha \cdot \sum y_i - \beta \cdot \sum x_i = 0$

Ces équations correspondent exactement aux relations obtenues pour le plan des moindres carrés par la méthode de Gauss sur des ensembles de points avec une répartition uniforme.

La difficulté est donc de connaître la dimension L à l'équilibre. En fait, la somme $\sum \xi_j$ ne dépend pas de L si le nombre de points sur les plans supérieur et inférieur sont égaux et si les centres de gravité des points sont en même position sur les deux plans.

$$\text{Avec } \sum (\xi_j) = \sum_{\text{Sup}} (z_i - L) + \sum_{\text{Inf}} (z_i + L) = \sum z_i + (\underbrace{n_{\text{inf}} - n_{\text{sup}}}_{=0}) L$$

$$\sum (\xi_j \cdot y_i) = \sum (z_i) + L (\underbrace{\sum_{\text{Inf}} y_i}_{=0} - \underbrace{\sum_{\text{Sup}} y_i}_{=0})$$

Si la répartition des points est uniforme sur chaque plan avec le même nombre de points, le résultat est indépendant de la largeur L . L peut donc être choisi librement au voisinage de la valeur nominale.

Si la répartition des points n'est pas uniforme, il est intéressant de rechercher la valeur de L qui minimise la somme des carrés des écarts. Il faut donc déterminer l'offset à appliquer aux surfaces nominales.

Une démonstration équivalente peut être réalisée pour une liaison cylindrique.

NOTE : s'il y a un trou ou une rainure qui débouche sur la surface, cette lacune ne contribue pas à l'équilibre statique.

La méthode des moindres carrés correspond bien aux liaisons avec serrage, avec un comportement élastique de la jonction. Si la répartition des points est uniforme, la solution ne dépend pas de la dimension nominale pour calculer les écarts. Sinon, il est préférable d'associer la surface avec un offset pour être moins sensible aux écarts de distributions des points.

Sur un plan, le critère des moindres carrés correspond à l'équilibre statique d'une plaque rigide posée sur la pièce avec une couche élastique du côté de la pièce et une pression uniforme sur l'étendue de la surface de l'autre.

4.4.2 Moindres carrés pondérés

Le critère des moindres carrés correspond au comportement d'une liaison avec serrage et un comportement élastique de la pièce complémentaire.

La densité de points ne peut être infinie. L'hypothèse de la méthode des moindres carrés pondérés consiste simplement à dire que tous les points au voisinage d'un point mesuré auront le même écart par rapport à la surface associée.

Les équations sont alors obtenues en assurant l'équilibre statique de la liaison :

La surface doit être associée à l'élément de référence de sorte que la somme S soit minimale :

- $S = \sum_{i=1}^n (s_i \cdot e_i)^2$ Minimale (n est le nombre de points)
- e_i est l'écart du point M_i à la surface associée. Ex : $e_i = \overline{N_i M_i} \cdot \vec{n}_i$.
- s_i est l'aire de la facette autour du point M_i .

Les aires s_i des facettes peuvent être déterminées par exemple à l'aide de l'algorithme de Voronoi (facettes élémentaires limitées par les médiatrices avec des points voisins). Les trous qui débouchent sur la surface ne sont pas comptés dans l'aire des facettes.

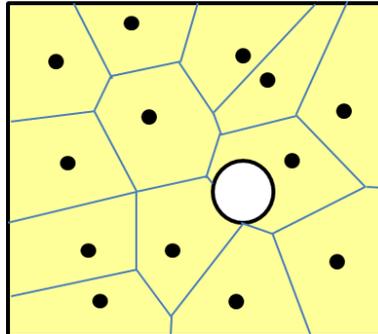


Figure 30 - Aires s_i des facettes autour des points

Le calcul de l'aire des facettes aux bords de la face impose de connaître le modèle nominal. A défaut, il est possible de considérer le polygone convexe qui contient tous les points mesurés.

Sur une surface en 3D, les facettes sont calculées par intersection de la surface nominale avec les plans médians des paires de points. L'aire de la facette peut être approximée avec un modèle STL de la surface par exemple.

4.4.3 Moindres carrés à répartition uniforme

Si la répartition des points sur la face est uniforme, c'est-à-dire avec un nombre de points constant par unité de surface, les aires s_i sont identiques. Le critère se simplifie :

- $S = \sum_{i=1}^n (e_i)^2$ Minimale (n est le nombre de points)
- e_i est l'écart du point M_i à la surface nominale associée. Ex : $e_i = \overline{N_i M_i} \cdot \vec{n}_i$.

Cette répartition uniforme est obtenue en partageant la face en n facettes de même aire. Un point est identifié au centre de chaque facette (Figure 31).

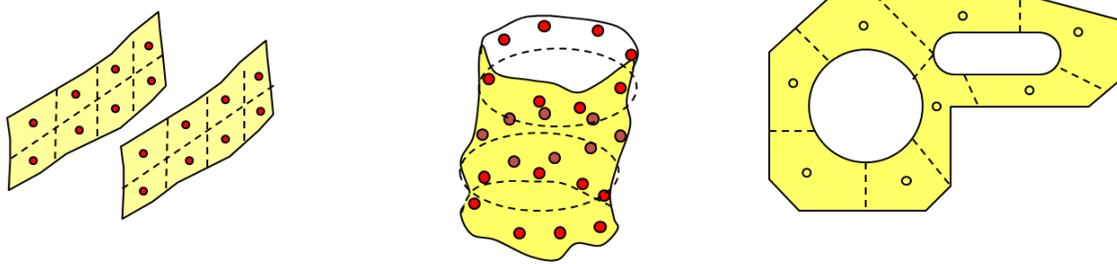


Figure 31 - Répartition uniforme des points sur une face

NOTE 1 : L'association par le critère des moindres carrés peut être obtenue par une méthode matricielle ou par un solveur. Ce critère est noté [G] (méthode de Gauss).

NOTE 2 : Pour un cylindre ou pour des plans parallèles, le résultat est théorique indépendant du rayon nominal ou de la distance entre les plans nominaux, si les points sont régulièrement répartis dans la liaison.

Cependant, très souvent, la surface n'est pas remplie de manière uniforme (trous débouchant dans la face par exemple) ou le contour n'est pas régulier.

L'influence d'un défaut de répartition des points est plus faible en associant la surface par les moindres carrés avec un offset car les écarts sont plus faibles.

L'écart est alors calculé avec la relation :

$$ei = \overline{NiMi} \cdot \vec{ni} - \delta$$

NOTE 3 : Ce critère des moindres carrés est très utilisé. Il est facilement certifiable (les équations sont très simples et largement diffusées). Théoriquement, si la répartition est uniforme, l'axe est indépendant du rayon nominal.

NOTE 4 : Ce critère n'est pas satisfaisant s'il est mal pratiqué, car le résultat dépend de la répartition des points sur la surface. Une surdensification "tire" la surface associée. La solution est donc tout simplement un prélèvement uniforme des points (tout ensemble de points non uniforme introduit une incertitude de mesure) ou de pondérer le calcul avec l'aire des facettes contenant les points.

NOTE 5 : Cette méthode des moindres carrés est aussi parfaitement adaptée pour définir une spécification ou une référence en zone projetée, par exemple pour la projection d'un alésage recevant un pion serré.

NOTE 6 : la méthode des moindres carrés peut être appliquée à tous les types de surfaces nominales, ainsi que pour des cylindres coaxiaux ou des groupes de cylindres parallèles avec variations de rayons.

4.4.4 Moindres carrés avec variation de la dimension

REGLE : Pour les entités de type cylindre, sphère, plans parallèles face à face (pouvant être caractérisées par un diamètre ou une largeur), ayant des normales ne pouvant pas rentrer dans un cône d'angle inférieur à 180°, il est possible d'introduire un offset δ de la surface nominale pour optimiser l'association. (Figure 23).

- $S = \sum_{i=1}^n (ei)^2$ minimale

- n est le nombre de points

- ei est l'écart du point à la surface nominale avec offset avec $ei = \overline{NiMi} \cdot \vec{ni} - \delta$.

NOTE 1 : Pour associer simultanément plusieurs entités, chaque entité peut avoir son propre offset δ , sachant que δ représente la précontrainte dans la liaison avec serrage et qu'il n'est pas possible de connaître la dimension de l'entité complémentaire. Si les entités sont considérées comme une seule surface, l'offset δ peut être identique.

REGLE : Dans un groupe ou une composition avec plus de 2 cylindres identiques (même diamètre nominal), l'association sera réalisée avec un offset identique pour tous les cylindres. S'il y a des cylindres de diamètres différents, il y a un offset différents pour chaque type de cylindre.

NOTE 2 : L'emploi d'un offset est pertinent car le calcul est moins sensible aux irrégularités de densité des points, notamment dus à la dysmétrie de la surface, par exemple en raison d'un trou ou d'une rainure débouchant sur la surface. De plus, la cote de ces entités est souvent en dimension locale avec un intervalle de tolérance pas nécessairement centré sur le nominal. La valeur de la dimension nominale n'est donc pas significative. L'offset δ est possible, même si l'élément de référence est spécifié par une dimension théoriquement exacte.

4.5 Critères d'association pour un cône assemblé avec serrage

New

Un cône assemblé avec serrage ayant des normales ne pouvant pas rentrer dans un cône d'angle inférieur à 30°, il doit être associé par les moindres carrés. Par défaut, la surface associée est la surface nominale respectant les angles nominaux. Le critère d'association est [G].

New

Pour un cône primaire, la translation selon son axe est équivalente à une variation de rayon. Il ne faut pas d'offset.

Pour un cône secondaire ou tertiaire dont la position axiale nominale est déjà imposée par les références prioritaires, l'offset δ est possible, pour permettre une variation de rayon. Pour deux cônes coaxiaux définis sur même surface nominale conique, l'offset δ doit être identique.

Si la pièce étudiée ou la pièce complémentaire est souple et peut s'adapter à l'angle de la pièce, il est possible de laisser l'angle variable, mais cela impose de fixer un plan de jauge, au voisinage de la partie la plus rigide du cône. Dans ce cas, le critère d'association sera indiqué par [GA] (le « A » indique que l'angle est variable). La Figure 32a présente un cône associé par les moindres carrés à un cône d'angle variable. Le modèle nominal est coaxial au cône et est positionné par le plan de jauge.

La Figure 32b présente un coin formé par deux plans inclinés associé par les moindres carrés à deux plans formant un angle quelconque. Le modèle nominal est centré sur le plan bissecteur et est positionné par le plan de jauge.

L'écart angulaire entre la surface associée et la surface nominale est noté θ . La valeur θ est inconnue et doit être déterminée en fonction du critère d'association (Figure 32c).

L'écart e_i entre le point M_i identifié sur la surface réelle et la surface associée dépend de la distance L_i entre le point et le plan de jauge.

$$e_i = \overline{N_i M_i} \cdot \vec{n}_i - L_i \cdot \theta$$

NOTE 1 : Avec ce paramétrage, le modèle nominal passe par le plan de jauge.

NOTE 2 : Le résultat n'est pas le même que le plan médian des deux plans des moindres carrés.

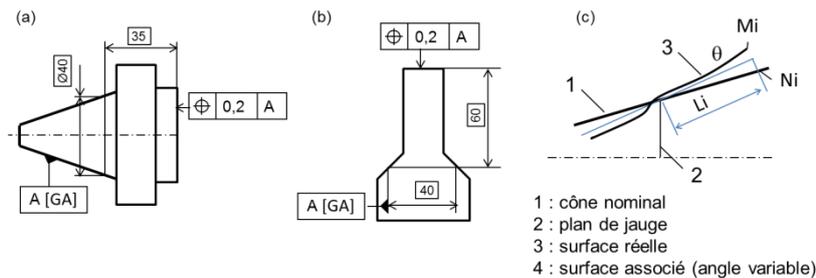


Figure 32 - Association avec angle variable

4.6 Critère d'association sur un filetage

Un filetage est un dispositif auto-centrant qui permet de définir une référence sur les flancs des filets. Toutefois, il est impossible de mesurer directement le filet pour définir une référence.

New

REGLE : Pour un taraudage, la référence est simulée par un tampon fileté serré dans le trou taraudé. Pour un filetage, la référence est simulée par une bague serrée sur le filetage.

L'axe de référence est alors déterminé par la méthode des moindres carrés sur une partie extérieure cylindrique du tampon ou de la bague (Figure 33).

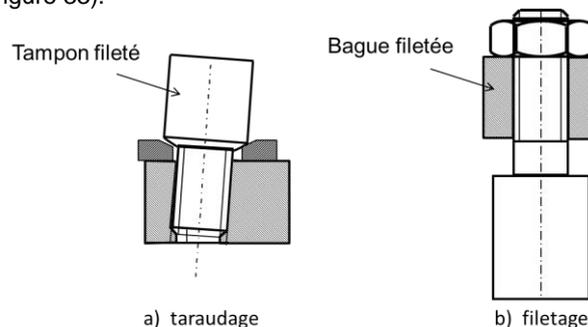


Figure 33 - Référence sur un filetage

NOTE : Cette méthode est parfaitement adaptée pour définir une spécification ou une référence en zone projetée sur un filetage (par exemple pour une vis serrée dans un taraudage).

5. Association d'un système de références sans flottement

5.1 Processus séquentiel d'identification du système de références

5.1.1 Processus d'identification

Pour chaque spécification, le modèle nominal est associé à la pièce réelle en associant successivement chaque surface nominale du système de références à l'élément de référence correspondant.

Le principe d'association séquentiel du système de références est donné Figure 34.

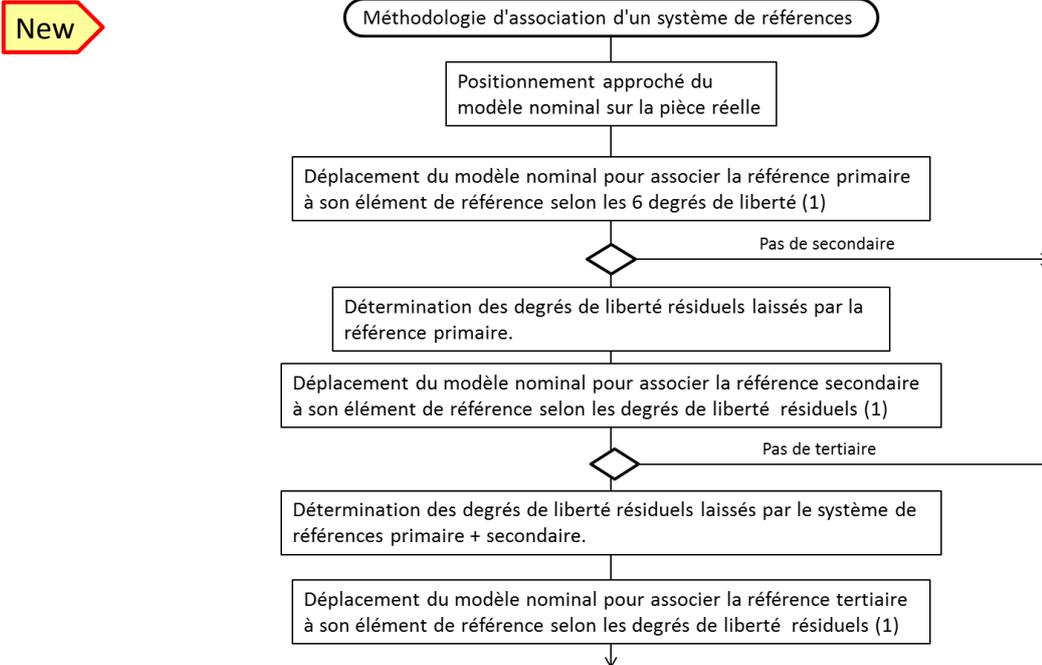


Figure 34 -Processus d'identification d'un système de références

(1) : les degrés de liberté correspondants aux invariances de la surface ne sont pas exploités.

5.1.2 Recalage des repères

Le modèle nominal est décrit dans le repère CAO. La pièce réelle est mesurée dans le repère de la machine à mesurer. Le positionnement approché du nominal sur la pièce réelle a pour but de positionner approximativement le modèle nominal sur la pièce réelle, ce qui revient à positionner le repère CAO dans le repère de la machine à mesurer pour faire le changement de bases. Le but est de positionner et d'orienter suffisamment correctement le modèle nominal pour que les surfaces nominales soient très proches des surfaces réelles. Cette proximité permet de rester dans le domaine des petits déplacements dans les opérations de dégauchissage et pour pouvoir projeter les zones partielles définies dans le modèle nominal sur la pièce réelle.

Une méthode très simple de recalage des repères consiste à mesurer 6 points quelconques sur la pièce réelle dans le repère machine. L'association du nominal est réalisée en annulant la distance de chacun des points mesurés avec la surface correspondante du modèle nominal.

En pratique, il est plus efficace d'associer séquentiellement et complètement les références primaire, secondaire et tertiaire du système de références principal de la pièce. Une itération sera nécessaire si ce système de référence est défini avec des zones partielles.

5.2 Exemple d'association d'un système de référence complet

5.2.1 Définition des repères

La Figure 35a présente le modèle nominal avec son repère nominal (ON, XN, YN, ZN). Toutes les dimensions nominales sont disponibles dans le modèle CAO. La Figure 35b présente la pièce réelle.

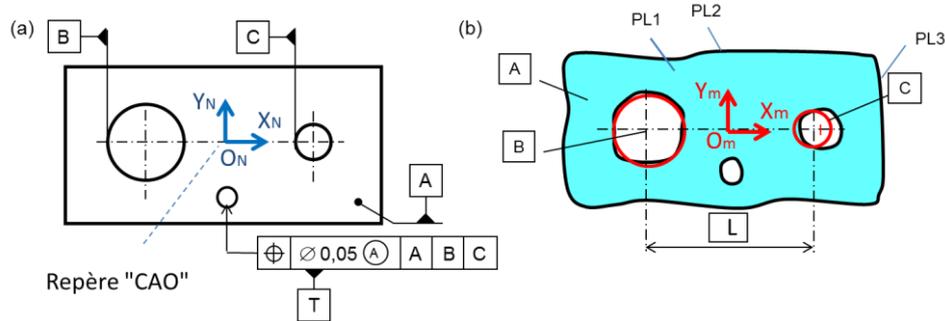


Figure 35 - Association du nominal aux éléments de références

5.2.2 Positionnement approché du modèle nominal

L'étape d'initialisation consiste à faire un repère mesure approché (O_m, X_m, Y_m, Z_m) sur la pièce, par exemple à l'aide de 3 points sur le plan PL1, 2 points sur le plan PL2 et 1 point sur le plan PL3. Ce repère mesure est identifié dans le repère des axes de la machine.

A cet instant, le modèle nominal est superposé à la pièce réelle de sorte que le repère nominal soit confondu avec le repère approché. Toutes les coordonnées des points mesurés sur la pièce réelle et les coordonnées des points nominaux seront donc exprimées dans le même repère.

5.2.3 Association du plan primaire

La première étape consiste à déplacer le modèle nominal pour associer le plan nominal A à l'élément de référence A.

Par exemple 9 points $P_i (x_i, y_i, z_i)$ sont choisis sur le plan nominal A. La direction de la normale à ce plan est \vec{Z}_N . Les points M_i sont mesurés sur la pièce réelle au voisinage des points P_i .

L'objectif est d'effectuer un petit déplacement du nominal par une translation (u, v, w) de l'origine du modèle nominal et par trois rotations (α, β, γ) autour des axes X_N, Y_N, Z_N du modèle nominal.

La surface associée étant un plan de normal \vec{Z}_N , ce plan est invariant par la rotation γ et par les translations u et v . Le déplacement cherché est défini par 3 inconnues : (α, β, w).

Au cours de ce déplacement, chaque point P_i se déplace en N_i avec :

$$\vec{P}_i \vec{N}_i = (u + \beta \cdot z_i - \gamma \cdot y_i) \vec{X}_N + (v + \gamma \cdot x_i - \alpha \cdot z_i) \vec{Y}_N + (w + \alpha \cdot y_i - \beta \cdot x_i) \vec{Z}_N$$

Après déplacement, l'écart résiduel sera $e_i = \vec{N}_i \vec{M}_i \cdot \vec{Z}_N$

L'écart résiduel est donc de la forme : $e_i = \xi_j - (w + \alpha \cdot y_i - \beta \cdot x_i)$ avec $\xi_j = \vec{P}_i \vec{M}_i \cdot \vec{Z}_N$.

L'association est réalisée avec le critère minimax (par exemple avec un solveur ou avec l'algorithme Chebychev) qui donne les 3 valeurs (α, β, w).

- $[\max_{i=1, \dots, N} |e_i|]$ minimal
- Les contraintes sont : $e_i \leq 0$

Le modèle nominal est donc déplacé dans le repère mesure avec ces 3 composantes (α, β, w) ainsi calculés.

5.2.4 Association du cylindre secondaire

La seconde étape consiste à déplacer à nouveau le modèle nominal pour associer le cylindre nominal B à l'élément de référence B. La direction de l'axe de ce cylindre est \vec{Z}_N .

Par exemple, 18 points $P_i (x_i, y_i, z_i)$ sont choisis sur le cylindre nominal B (3 sections de 6 points). La normale en chaque point P_i est \vec{n}_i .

Les points M_i sont mesurés sur la pièce au voisinage des points P_i .

L'objectif est d'effectuer un petit déplacement du nominal, par une translation (u, v, w) de l'origine du modèle nominal et par trois rotations (α, β, γ) autour des axes $\vec{X}_N, \vec{Y}_N, \vec{Z}_N$ du modèle nominal, mais le plan primaire a déjà déterminé (α, β, w). Il ne reste plus que (γ, u et v)

La surface associée étant un cylindre d'axe \vec{Z}_N , ce cylindre est invariant par la rotation γ . Le déplacement cherché est défini par 2 inconnues (u et v) auxquelles il faut ajouter l'offset δ (Variation de rayon)

Au cours de ce déplacement, chaque point P_i se déplace en N_i avec :

$$\vec{P}_i \vec{N}_i = (u + \beta \cdot z_i - \gamma \cdot y_i) \vec{X}_N + (v + \gamma \cdot x_i - \alpha \cdot z_i) \vec{Y}_N + (w + \alpha \cdot y_i - \beta \cdot x_i) \vec{Z}_N$$

Après déplacement, l'écart résiduel sera $e_i = \vec{N}_i \vec{M}_i \cdot \vec{n}_i - \delta$

L'écart résiduel est donc de la forme : $e_i = \xi_j - u \cdot \vec{X}_N \cdot \vec{n}_i - v \cdot \vec{Y}_N \cdot \vec{n}_i - \delta$ avec $\xi_j = \vec{P}_i \vec{M}_i \cdot \vec{n}_i$.

L'association est réalisée avec le critère des moindres carrés qui donne les 3 valeurs (u, v, δ).

Le modèle nominal est donc déplacé dans le repère mesure avec ces 2 composantes (u, v), ainsi calculés (l'offset δ a permis d'améliorer la qualité de l'association, mais n'est pas exploitée par la suite).

5.2.5 Association du cylindre tertiaire

La troisième étape consiste à déplacer à nouveau le modèle nominal pour associer le cylindre nominal C à l'élément de référence C. La direction de l'axe de ce cylindre est \vec{Z}_N .

Par exemple, 18 points $P_i(x_i, y_i, z_i)$ sont choisis sur le cylindre nominal C (3 sections de 6 points). La normale en chaque point P_i est \vec{n}_i .

Les points M_i sont mesurés sur la pièce au voisinage des points P_i .

L'objectif est d'effectuer un petit déplacement du nominal, par une translation (u,v,w) de l'origine du modèle nominal et par trois rotations (α, β, γ) autour des axes $\vec{X}_N, \vec{Y}_N, \vec{Z}_N$ du modèle nominal, mais le plan primaire et le cylindre secondaire ont déjà déterminé (α, β, u, v, w). Il ne reste plus que (γ) autour de l'axe de B passant par un point ($X_B, Y_B, 0$) et l'offset δ sur le cylindre tertiaire.

Au cours de ce déplacement, chaque point P_i se déplace en N_i avec :

$$\vec{P_i N_i} = -\gamma \cdot (y_i - y_B) \vec{X}_N + \gamma \cdot (x_i - x_B) \vec{Y}_N$$

Après déplacement, l'écart résiduel sera $e_i = \overline{N_i M_i} \cdot \vec{n}_i - \delta$

L'écart résiduel est donc de la forme : $e_i = \xi_i - \gamma \cdot (y_i - y_B) \vec{X}_N \cdot \vec{n}_i + \gamma \cdot (x_i - x_B) \cdot \vec{Y}_N \cdot \vec{n}_i - \delta$ avec $\xi_i = \overline{P_i M_i} \cdot \vec{n}_i$.

L'association est réalisée avec le critère des moindres carrés qui donne les 2 valeurs (γ, δ).

Le modèle nominal est donc déplacé dans le repère mesure avec la rotation γ autour de l'axe B ainsi calculée.

A la fin de cette opération, le modèle nominal est complètement associé à la pièce réelle à l'aide du système de références. L'opération dite de « dégauchissage » est terminée.

5.2.6 Evaluation de la localisation de l'alésage T

La localisation porte sur l'axe réel de l'alésage, c'est-à-dire sur les centres des sections. Le centre d'une section est le centre du cercle des moindres carrés.

L'axe nominal de l'alésage T est connu dans le repère nominal. Son axe passe par un point (X_T, Y_T, Z_T), sa direction est \vec{Z}_N .

Par exemple, 18 points $P_i(x_i, y_i, z_i)$ sont choisis sur le cylindre nominal T (3 sections de 6 points). La normale en chaque point P_i est \vec{n}_i .

Les points M_i sont mesurés sur la pièce au voisinage des points P_i . Ces points ne sont pas parfaitement dans une section, mais dans un tronçon de cylindre.

Le centre de chaque section C_j , peut être déterminé par un cylindre des moindres carrés associé. Le déplacement de ce cylindre est dans un plan normal à son axe, c'est-à-dire avec une translation (u_j, v_j). Le point P_i passe en N_i . L'offset pour ce tronçon est δ_j .

Après déplacement, l'écart résiduel sera $e_i = \overline{N_i M_i} \cdot \vec{n}_i - \delta$

L'écart résiduel est donc de la forme : $e_i = \xi_i - u_j \cdot \vec{X}_N \cdot \vec{n}_i - v_j \cdot \vec{Y}_N \cdot \vec{n}_i - \delta$ avec $\xi_i = \overline{P_i M_i} \cdot \vec{n}_i$.

L'association est réalisée avec le critère des moindres carrés dans chaque qui donne les 3 valeurs (u_j, v_j, δ_j).

Le centre C_j de chaque section a donc pour coordonnées (u_j, v_j, z_j), Z_j étant la position de la section suivant \vec{Z}_N .

La distance de ce point C_j à l'axe nominal est $d_j = \sqrt{u_j^2 + v_j^2}$

La marge du point M_i est $m_i = t/2 - d_j$ avec t = diamètre de la zone de tolérance au point M_i .

La marge sur la spécification est $M = \min(m_i)$

L'écart de localisation est $E = \max(d_j)$

La spécification sera conforme si la marge $M \geq 0$ ou si l'écart de localisation $E \leq t/2$.

5.3 Association d'un système de références incomplet

5.3.1 Analyse du problème

Si le système de références est incomplet, il laisse des mobilités résiduelles. Il n'est pas possible de positionner complètement le modèle nominal sur la pièce uniquement avec le système de références.

La Figure 36a comporte une spécification (1) qui porte un système de références incomplet, car la liaison réalisée par le plan A et le cylindre B est une liaison pivot qui laisse un degré de liberté en rotation.

La zone de tolérance est limitée par deux plans distants de 0,05, orientés parallèlement au plan F défini dans le modèle nominal. La zone est centrée sur l'axe nominal de C à la distance L de B.

Dans ce cas, simple, il suffit de constater que la spécification (2) Figure 36a possède un système de références plus long noté A|B|C.

S'il n'y a aucun système de références complet, il est recommandé de compléter le système de références avec la surface spécifiée prise en tant que référence tertiaire.

En cas de difficulté, il est possible d'orienter le système de références à l'aide d'une surface quelconque de la pièce.

5.3.2 Dégauchissage du modèle nominal

Le dégauchissage est réalisé en associant le système de références avec ce système complet A|B|C selon la procédure établie en 5.2.

A l'aide de cette démarche, le modèle nominal est parfaitement positionné sur A et B, mais l'orientation autour de B reste libre.

NOTE : Il est indispensable d'orienter « correctement » le modèle nominal, car si la surface nominale spécifiée est éloignée de la surface réelle, les zones partielles ne peuvent pas être complètement définies sur la pièce réelle. De plus, l'hypothèse des petits déplacements n'est plus respectée.

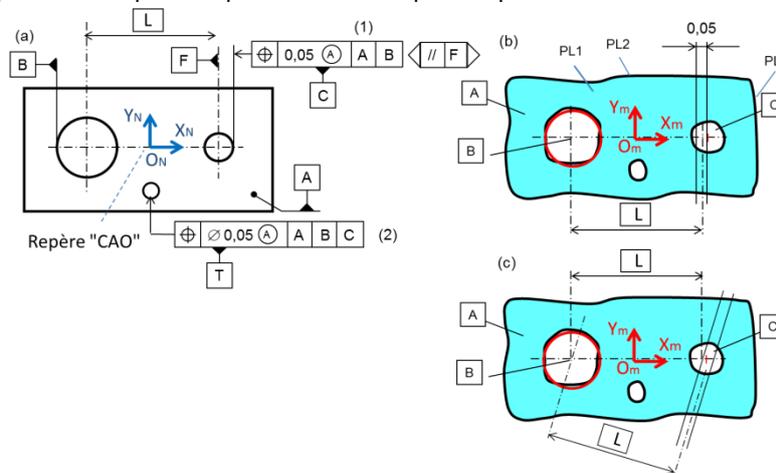


Figure 36 - Système de références incomplet

5.3.3 Evaluation de la localisation de l'alésage T

Le modèle nominal est positionné sur la pièce réelle. La zone de tolérance de largeur 0,05 est en place. L'axe réel de l'alésage doit appartenir à la zone de tolérance.

La localisation porte sur l'axe réel de l'alésage, c'est-à-dire sur les centres des sections. Le centre d'une section est le centre du cercle des moindres carrés. Le centre de chaque section est déterminé comme en 5.2.6,

Le centre C_j de chaque section a donc pour coordonnées (u_j, v_j, z_j) dans le repère mesure (O_m, X_m, Y_m, Z_m) .

Le système de références de la spécification (1) étant incomplet, la zone de tolérance bénéficie en principe des degrés de liberté résiduels pour placer si possible la surface tolérancée dans la zone de tolérance.

D'une manière générale, Le modèle nominal peut encore être orienté d'un angle γ autour de B.

Dans le cas précis de cette pièce, cette technique comporte un biais qu'il faut éviter. En effet, si le trou C est trop éloigné de B, il serait éventuellement possible de faire tourner énormément le modèle nominal et la zone de tolérance pour placer l'axe réel du trou dans la zone de tolérance.

Dans ce cas, il ne faut donc pas faire tourner le modèle nominal. L'orientation par l'alésage C, même approximative est nécessaire et suffisante pour vérifier la conformité de la pièce.

L'écart de chacun des centres C_j des sections de l'alésage dans la direction X_m est : u_j

La marge du centre C_j est : $m_j = \min(t/2 - u_j ; t/2 + u_j)$

La marge de la spécification est $M = \min(m_j)$

L'écart de localisation est $E = \max(|u_j|)$

La spécification est conforme si la marge $M \geq 0$ ou si l'écart de localisation $E \leq t/2$.

5.3.4 Exemple avec balançage angulaire

La Figure 37 comporte une seule spécification avec une référence unique.

Le modèle nominal est approché de la pièce avec 6 points identifiés sur les 3 plans quelconque PL1, PL2 et PL3. Le modèle nominal est ensuite associé à la référence primaire A.

Le système de références est incomplet. Il laisse libre la rotation autour de A et la translation suivant A. Le modèle nominal est orienté en considérant le plan B comme référence secondaire.

L'objectif est d'effectuer un petit déplacement du nominal, par une translation (u,v,w) de l'origine du modèle nominal et par trois rotations (α, β, γ) autour des axes $\vec{X}_N, \vec{Y}_N, \vec{Z}_N$ du modèle nominal, mais le cylindre primaire a déjà imposé l'axe A. Les translations u et v et les rotations α et β sont bloquées. Il ne reste plus que (γ) autour de l'axe de A passant par un point (XA, YA, 0).

Des points Pi sont choisis sur la surface nominale B. Les points Mi sont mesurés sur la surface réelle B au voisinage des points Pi.

Au cours de ce déplacement, chaque point Pi de la surface réelle B se déplace en Ni avec :

$$\vec{P_i N_i} = -\gamma \cdot (y_i - y_A) \vec{X}_N + \gamma \cdot (x_i - x_A) \vec{Y}_N$$

Le plan associé est décalé de δ selon la direction normale au plan B.

Après déplacement, l'écart résiduel selon la normale au plan B sera $e_i = \vec{N_i M_i} \cdot \vec{n}$ - δ

L'écart résiduel est donc de la forme : $e_i = \xi_i + \gamma \cdot (y_i - y_A) \cdot \vec{X}_N \cdot \vec{n} - \gamma \cdot (x_i - x_A) \cdot \vec{Y}_N \cdot \vec{n} - \delta$ avec $\xi_i = \vec{P_i M_i} \cdot \vec{n}_i$.

L'association est réalisée avec le critère des moindres carrés qui donne les 2 valeurs (γ, δ).

La position en Z du modèle nominal est indifférente pour la vérification de la localisation (1). Il est inutile de poursuivre le balançage pour cette spécification.

A cette étape, le modèle nominal est bien orienté par rapport au plan, ce qui permet d'avoir une surface réelle très proche de la surface nominale et de pouvoir respecter l'hypothèse des petits déplacements.

L'évaluation de la spécification se fait en identifiant à nouveau des points Pi sur la surface nominale B et en mesurant des points Pi.

Le degré de liberté en rotation γ autour de l'axe de A permet de déplacer légèrement la surface nominale. Au cours de ce déplacement, chaque point Pi de la surface réelle B se déplace en Ni avec :

$$\vec{P_i N_i} = -\gamma \cdot (y_i - y_A) \vec{X}_N + \gamma \cdot (x_i - x_A) \vec{Y}_N$$

Après déplacement, l'écart résiduel selon la normale au plan B sera $e_i = \vec{N_i M_i} \cdot \vec{n}$.

L'écart résiduel est donc de la forme : $e_i = \xi_i + \gamma \cdot (y_i - y_A) \cdot \vec{X}_N \cdot \vec{n} - \gamma \cdot (x_i - x_A) \cdot \vec{Y}_N \cdot \vec{n} - \delta$ avec $\xi_i = \vec{P_i M_i} \cdot \vec{n}_i$.

La marge par rapport à la spécification est $m_i = t/2 - e_i$ et $m_i = t/2 + e_i$ avec $t=0,2$.

La marge sur la spécification est $M = \min(m_i)$. Cette marge dépend de l'angle γ. L'optimisation a pour objectif de trouver l'angle γ qui maximise la marge M.

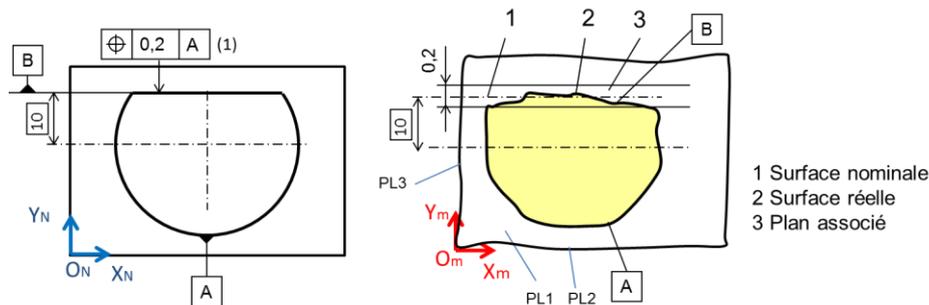


Figure 37 - Système de références incomplet

5.4 Section définie par 2 points

Dans la Figure 38, pour la localisation, le modèle nominal est associé à la pièce selon le processus suivant :

La référence primaire A est un cylindre appartenant au modèle nominal, associé par le critère des moindres carrés à l'alésage A.

La référence secondaire B est un plan perpendiculaire à A appartenant au modèle nominal associé par le critère minimax à l'élément de références B.

La référence C est formée par deux plans parallèles dont le plan médian est centré sur A. La zone partielle C1 décrit un bipoint, avec deux points P et Q respectivement sur chaque face de la rainure. La mobilité résiduelle du modèle nominal est une rotation autour de l'axe A. Le modèle nominal constitué par les deux plans doit donc être associé aux deux points des deux faces de la rainure C par la méthode des moindres carrés avec un offset δ de chaque plan.

NOTE : Cette méthode d'association de la rainure C convient pour des zones partielles ponctuelles, linéiques ou surfaciques.

Dans le cas d'un bipoint, la méthode permet d'annuler les écarts des points par rapport à la surface associée. Si les points sont mesurés dans un plan parallèle à A et perpendiculaire à C, cela revient à faire passer le médian

du modèle nominal par le milieu des points P et Q. La méthode proposée est donc plus générale, car elle n'introduit pas d'incertitude de méthode si les points P et Q sont quelconques sur les surfaces réelles au voisinage des points nominaux.

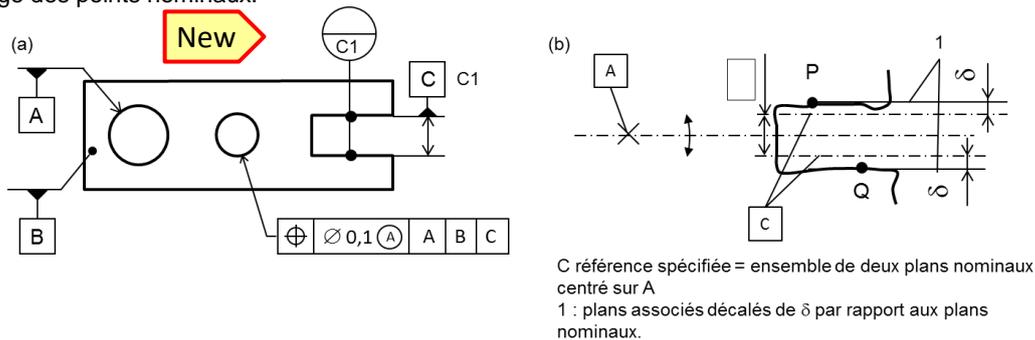


Figure 38 - Référence partielle sur un bipoint

5.5 Référence sur deux sections

La Figure 39a représente une référence primaire A constituée avec deux zones partielles linéiques circulaires appartenant à deux cylindres coaxiaux de diamètres différents. Les points sont palpés au voisinage des deux sections (Figure 39b).

Le modèle nominal est associé en une seule opération par les moindres carrés avec deux offsets différents. La somme S à minimiser est :

$$S = \sum_{i=1}^{n1} (ei)^2 + \sum_{i=1}^{n2} (ei)^2$$

n1 est le nombre de points de la ligne A1. n2 est le nombre de points de la ligne A2.

Pour la zone A1 : $ei = \overline{N_i M_i} \cdot \vec{n_i} - \delta_1$

Pour la zone A2 : $ei = \overline{N_i M_i} \cdot \vec{n_i} - \delta_2$

Les valeurs de δ_1 et δ_2 doivent être calculées pour minimiser la somme S.

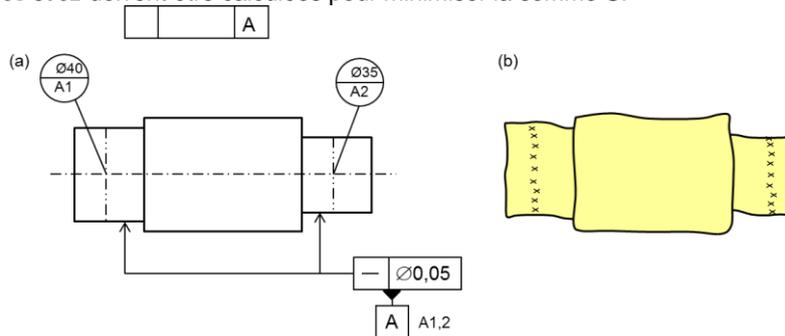


Figure 39 - Référence primaire sur deux sections

6. Association d'un système de références avec flottage

6.1 Critères avec références flottantes

6.1.1 Contraintes sur les références

Lorsque le système de référence comporte une référence (M, L, P) , le système de références est flottant.

Pour une référence avec un modificateur (M, L, P) , la spécification impose une contrainte sur les écarts des points mesurés par rapport à la surface nominale. La relation est du type :

$$ei \leq L \text{ ou } ei \geq L:$$

Contrairement aux critères minimax ou des moindres carrés, la solution n'est pas unique. Le système de références comporte alors une mobilité résiduelle, appelée le flottage. Ce flottage est limité par la contrainte imposée par ces modificateurs. Cette mobilité résiduelle peut être exploitée pour placer si possible, la surface spécifiée dans la zone de tolérance.

La gestion de ses contraintes peut par exemple être réalisée par un solveur en cherchant à maximiser la marge entre la surface spécifiée et sa zone de tolérance.

Les contraintes imposées aux éléments de références sont les suivantes .

La surface offset correspondant au maximum de matière doit être hors matière. Les écarts ei doivent être positifs (δ est positif si la surface au maxi matière est du côté extérieur matière par rapport à la surface nominale) :

$$ei = \overline{NiMi} \cdot \vec{n_i} - \delta \geq 0$$

La surface offset correspondant au minimum de matière doit être dans la matière. Les écarts ei doivent être négatifs (δ est positif si la surface au mini matière est du côté extérieur matière par rapport à la surface nominale):

$$ei = \overline{NiMi} \cdot \vec{n_i} - \delta \leq 0$$

NOTE : Pour une référence au minimum de matière, ce critère « élémentaire » est suffisant, mais n'est pas nécessaire. Il peut être considérablement amélioré en simulant un assemblage.

En plage projetée, le cylindre de diamètre t centré sur la surface nominal doit contenir l'axe associé à la surface spécifiée sur la longueur \textcircled{P} .

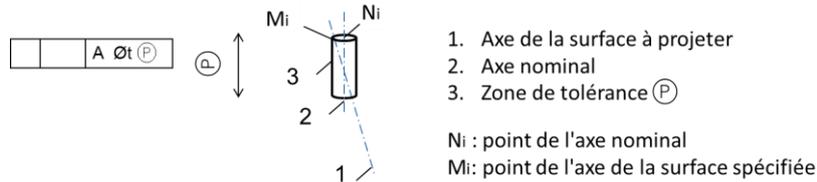


Figure 40 - Ecart d'un point à un axe nominal

L'écart du point M_i à l'axe nominal est $ei = \|\overline{MiNi}\|$

Le critère d'association est $ei \leq t/2$

6.2 Critères avec références flottantes au \textcircled{M} ou \textcircled{L}

6.2.1 Spécification avec système de références flottant

La Figure 41 contient deux systèmes de référence avec \textcircled{M} ou \textcircled{L} .

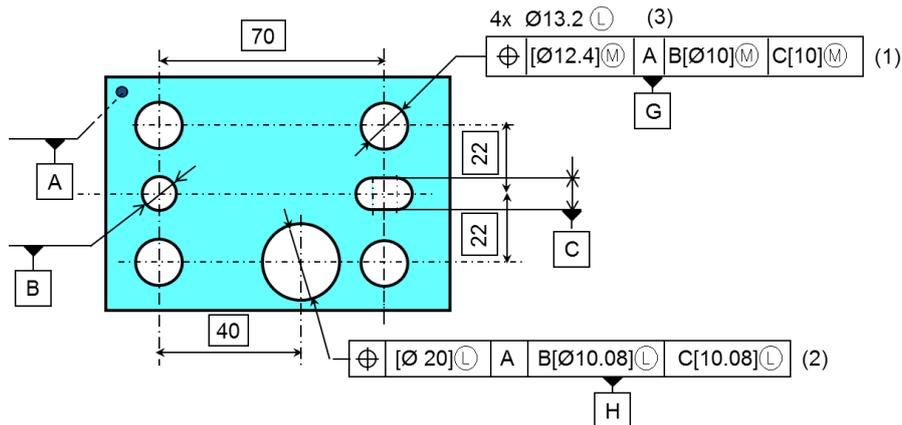


Figure 41 – Spécifications avec systèmes de références flottants

6.2.2 Référence au maximum de matière

Pour la spécification (1) Figure 41, le système de références est associé à la pièce en deux étapes :

Etape 1 : le plan primaire est associé avec le critère minimax

Etape 2 : Les zones de tolérance sur le système de référence et sur la surface tolérancées sont définies en positions relatives exactes. (Figure 42). Avec le maximum de matière, la référence peut flotter autour de l'élément de référence réel afin de placer simultanément chaque surface tolérancée dans sa propre zone de tolérance.

La spécification est validée si tous les éléments de référence et les surfaces tolérancées sont simultanément dans leur propre zone de tolérance.

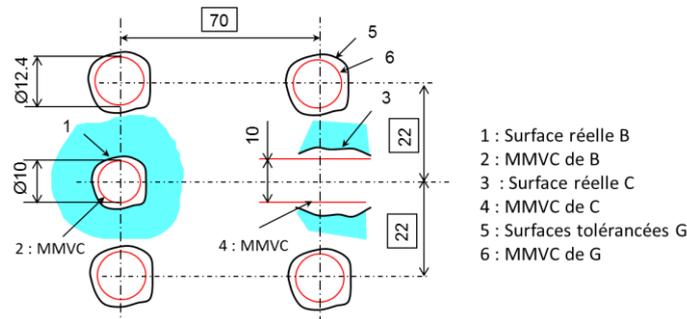


Figure 42 – Système de référence avec M

6.2.3 Vérification au calibre

La spécification (1) peut être vérifiée avec un calibre Figure 43. La pièce réelle doit pouvoir être placée sur le plan.

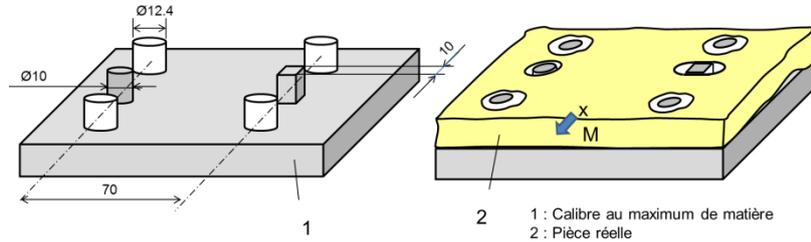


Figure 43 – Calibre de contrôle au M

6.2.4 Expression de la conformité au maximum de matière avec contraintes

A_i, B_i, C_i, G_i sont des points appartenant aux surfaces réelles A, B, C, G (Figure 41).

eA_i sont les écarts entre les points réels A_i et le plan de référence primaire A.

eB_i, eC_i, eG_i sont les écarts entre les points réels B_i, C_i, G_i et les surfaces limite des zones de tolérance au maximum de matière. L'écart est négatif si le point est du côté matière (dans la zone de tolérance au M).

L'ensemble des références peut flotter avec les contraintes suivantes :

Etape 1 : pour chaque point $A_i \in A, eA_i \leq 0, \max(|eA_i|)$ minimal. (critère Minimax)

Etape 2 : pour chaque point $B_i \in B, eB_i \leq 0$, pour chaque point $C_i \in C, eC_i \leq 0$ et $\max(eG_i)$ minimal.

La spécification est vérifiée si $\max(eG_i) \leq 0$.

6.2.5 Référence au minimum de matière

Pour la localisation (2) Figure 41, le système de références est associé en deux étapes.

Etape 1 : le plan primaire est associé avec le critère minimax

Etape 2 : les zones de tolérance des références et de la surface tolérancée H sont définies en position exacte (Figure 44). Le système de référence au minimum de matière peut flotter autour des éléments de référence pour placer si possible simultanément les éléments de référence et l'élément tolérancé dans les zones de tolérance. Cette condition est suffisante, mais elle n'est pas nécessaire pour assurer la fonctionnalité désirée.

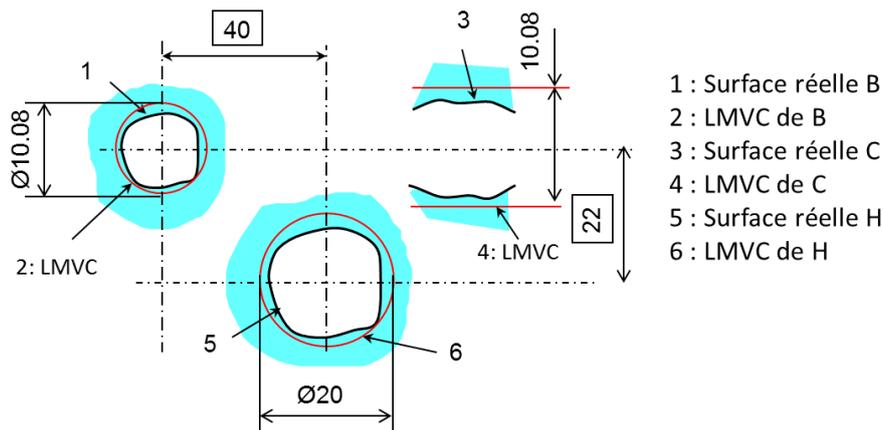


Figure 44 - Datum reference frame with L

6.2.6 Expression de la conformité au minimum de matière avec contraintes

A_i, B_i, C_i, H_i sont des points appartenant aux surfaces réelles A, B, C, H (Figure 41).

eB_i, eC_i, eH_i sont les écarts entre les points réels B_i, C_i, H_i et les surfaces limite des zones de tolérance au minimum de matière. L'écart est positif si le point est du côté extérieur matière (dans la zone de tolérance au L).

L'ensemble des références peut flotter avec les contraintes suivantes :

Etape 1 : pour chaque point $A_i \in A, eA_i \leq 0, \max(|eA_i|)$ minimal. (critère Minimax)

Etape 2 : pour chaque point $B_i \in B$, $e_{B_i} \geq 0$, pour chaque point $C_i \in C$, $e_{C_i} \geq 0$ et $\min(e_{H_i})$ maximal.

La spécification est vérifiée si $\max(e_{H_i}) \geq 0$.

6.2.7 Vérification au calibre

Un critère plus performant permet d'accepter davantage de pièce respectant l'exigence fonctionnelle.

Le principe est décrit avec un calibre correspondant à la pièce au minimum de matière.

Un montage de contrôle est nécessaire avec un plan et deux correspondant aux points de référence A, B et C aux dimensions au maximum de matière.

NOTE : la taille des pions du montage de contrôle peut être plus petite que la dimension au maximum de matière afin de faciliter le montage des pièces réelles.

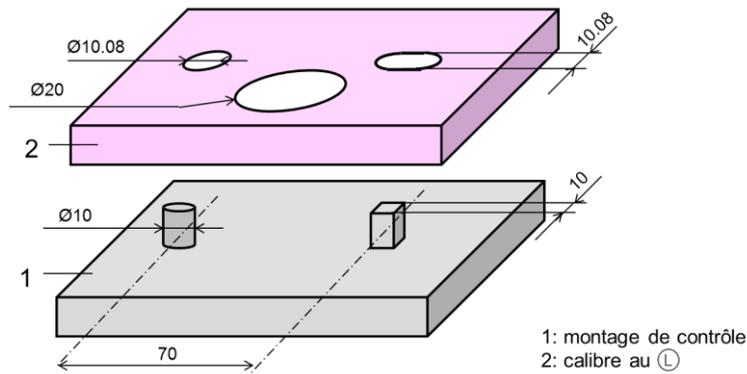


Figure 45 – montage de contrôlé et calibre

Pour chaque point M de l'alésage H, un comparateur doit être placé sur le calibre. Le comparateur est initialisé à "0" en tirant le calibre dans la direction perpendiculaire à la surface (Figure 46).

La pièce réelle doit être placée sur montage de contrôle. La spécification est respectée au point M si le comparateur indique une valeur positive en tirant dans la même direction. Cette valeur montre qu'il y a davantage de matière que la limite au minimum de matière.

La spécification est respectée si cette condition est vérifiée quelle que soit la position du point M sur la surface H.

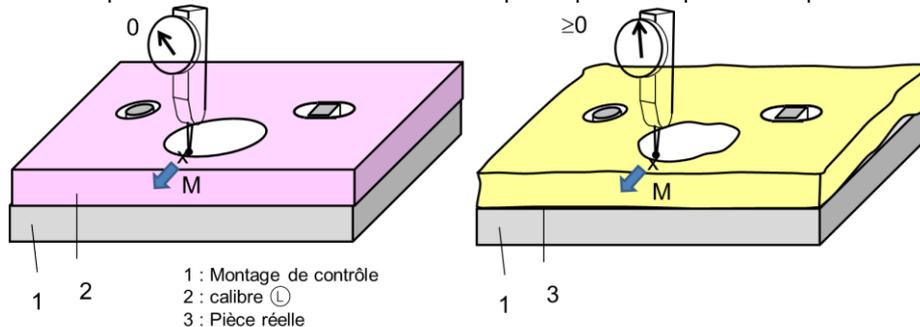


Figure 46 - Calibration et vérification

6.2.8 Vérification numérique

Cette méthode nécessite deux optimisations pour chaque point H_i de l'alésage H (figure 39), l'une avec un calibre virtuel au minimum de matière, l'une avec la pièce réelle, afin de comparer les deux déplacements au point H_i de l'alésage.

Pour chaque point H_i de la surface réelle H, le point le plus proche du calibre est N_i . La normale en N_i est \vec{n}_i :

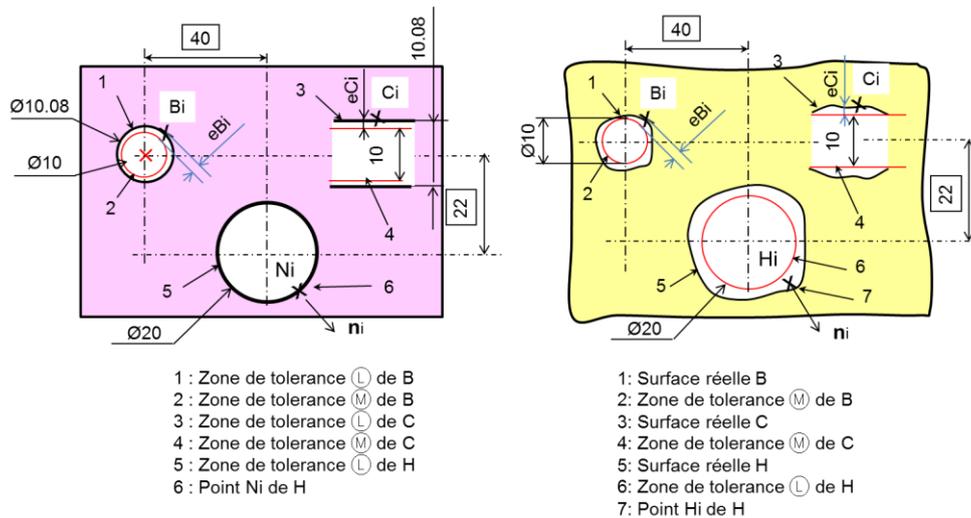


Figure 47 - Comparison of maximal displacement of gauge and real part

A_i, B_i, C_i sont des points appartenant aux surfaces réelles A, B, C (Figure 41).
 eA_i sont les écarts entre les points réels A_i et le plan de référence primaire A.

eB_i, eC_i sont les écarts entre les points réels B_i, C_i, G_i et les surfaces limite des zones de tolérance au maximum de matière. L'écart est négatif si le point est du côté matière (dans la zone de tolérance au (M)).

dN_i est le déplacement maximum du point N_i dans la direction est \vec{n}_i par rapport à la zone de tolérance au minimum de matière de H.

dH_i est le déplacement maximum du point H_i dans la direction est \vec{n}_i par rapport à la zone de tolérance au minimum de matière de H.

L'ensemble des références peut flotter avec les contraintes suivantes :

Etape 1 : pour chaque point $A_i \in A, eA_i \leq 0, \max(|eA_i|)$ minimal (critère Minimax)

Etape 2 : pour chaque point $B_i \in B, eB_i \geq 0$, pour chaque point $C_i \in C, eC_i \geq 0$ et $\min(eH_i)$ maximal.

Step 2: pour chaque point H_i de l'alésage, le point le plus proche est N_i . La normale en N_i est \vec{n}_i :

2-1: Déplacement du calibre : pour chaque point $B_i \in B$ du calibre, $eB_i \leq 0$, pour chaque point $C_i \in C$ du calibre, $eC_i \leq 0$, maximiser le déplacement dN_i .

2-1: Déplacement de la pièce réelle: pour chaque point $B_i \in B$ de la pièce, $eB_i \leq 0$, pour chaque point $C_i \in C$ de la pièce, $eC_i \leq 0$, maximiser le déplacement dH_i .

La spécification est vérifiée en H_i si $dH_i \leq dN_i$

La spécification est conforme si la condition est vérifiée pour tous les points H_i de H.

NOTE : le déplacement dN_i est le flottage maximal du point N_i . Ce déplacement a été pris en compte dans la chaîne de cotes 3D. Le déplacement dH_i est le flottage réel du point H_i . La différence permet d'accepter des alésages avec des écarts supplémentaires par rapport à la limite au minimum de matière.

6.3 Référence surfacique après une référence avec $(M), (L), (P)$

REGLE : Dans un système de références, une référence avec un modificateur $(M), (L)$ ou (P) bloque des degrés de liberté qui ne sont plus disponibles pour les références suivantes du système de références, même s'il y a un flottage résiduel.

La Figure 48 comporte une référence primaire cylindrique A au maximum de matière et un plan de référence spécifié secondaire B. Cette référence A bloque les degrés de libertés en rotation et les deux translations, au flottage près. Ces degrés de liberté sont réservés à la référence primaire et ne sont plus disponibles pour le critère minimax du plan secondaire. La distance maxi entre la surface réelle B et la référence B n'est plus minimisée. Le plan de référence secondaire est donc simplement tangent (pas minimax).

Le système de références est défini avec les contraintes suivantes :

Cylindre A primaire : Pour tous les points M_i de la surface réelle A $e_i = \overline{N_i M_i} \cdot \vec{n}_i - \delta \leq 0$

(δ est la différence entre le rayon au maxi matière et le rayon nominal)

Plan B secondaire : Pour tous les points M_i de la surface réelle B $ei = \overline{NiMi.ni} \leq 0$

Max (ei) = 0 (un point de tangence)

Surface tolérancée C avec la tolérance $t = 0,2$: Pour tous les points M_i de la surface réelle C

La marge du point M_i par rapport à la limite extérieure matière de la zone de tolérance :

$$mi = \frac{t}{2} - \overline{NiMi.ni}$$

La marge du point M_i par rapport à la limite intérieure matière de la zone de tolérance :

$$mi = \frac{t}{2} + \overline{NiMi.ni}$$

La marge de la surface est $M = \min (mi)$

L'optimisation permet de positionner le modèle nominal en maximisant la marge M

Si la marge M est positive, la spécification est conforme.

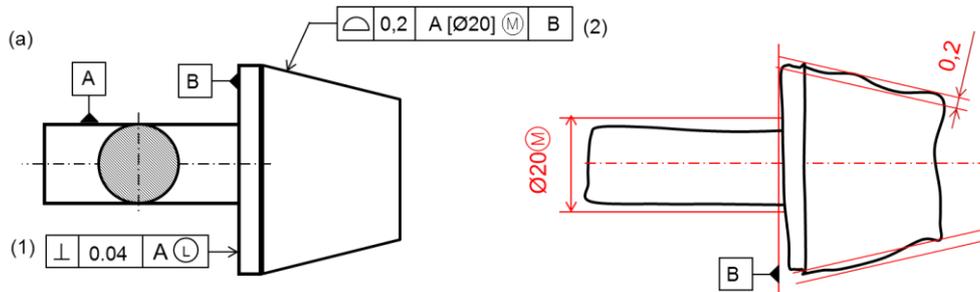


Figure 48 - Référence primaire au maximum de matière

La Figure 49 comporte une référence primaire réalisée avec deux plans parallèles A au maximum de matière et un plan de référence spécifié secondaire B. Cette référence A bloque un degré de liberté en rotation autour de y et une translation suivant x, au flottage près. Ces degrés de liberté sont réservés à la référence primaire et ne sont plus disponibles pour le critère minimax du plan secondaire. La distance maxi entre la surface réelle B et la référence B peut être minimisée, mais uniquement en jouant sur le degré en rotation suivant y. Le plan de référence secondaire est minimax selon une seule direction.

La méthode de vérification devient très complexe, car il y a deux optimisations à combiner afin de ne pas contraindre le flottage.

NOTE : ce problème d'identification révèle sans doute que l'analyse fonctionnelle a mal été conduite. La conception et la cotation proposée ne sont pas forcément robustes. B n'assure pas un appui linéique à coup sûr. A titre indicatif, la pièce est peut être positionnée axialement entre le plan B et le cône.

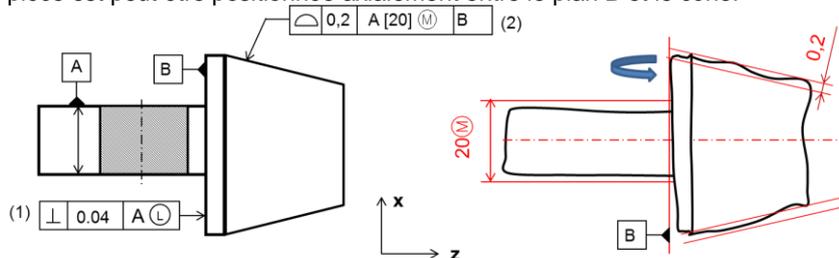


Figure 49 - Référence primaire plane au (M)

6.4 Application particulière

6.4.1 Ordre des références avec (M), (L), (P)

La Figure 50 montre que les modificateurs peuvent être différents selon les références d'un même système :

- Figure 50a : un centreur est serré dans l'alésage B. Il y a du jeu dans C.
- Figure 50b : Il y a du jeu sur B. Une goupille élastique est serrée dans l'alésage C. L'association de C est réalisée par les moindres carrés uniquement avec la mobilité résiduelle qui est la rotation autour de B. (Le traitement numérique n'est pas facile à réaliser dans le cas général).

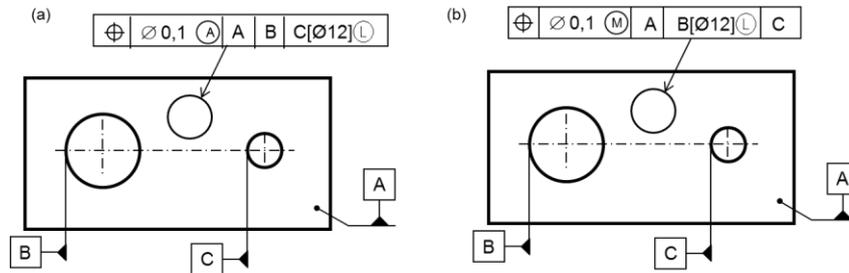


Figure 50 – Ordre des références

NOTE 1 : Le cas (b) est possible, mais si l'élément serré dans C a tendance à exploiter le jeu de B, la liaison serrée C doit être placée en secondaire et ce qui revient au cas (a).

NOTE 2 : Si la distance entre C et B est libre, il faut ajouter le modificateur \triangleright sur C.

NOTE 3 : Une liaison avec serrage après une liaison avec jeu impose souvent de préciser la cotation pour reproduire le comportement souhaité de la jonction et pour lever les difficultés de mesure et d'identification (Eléments de situation, zones partielles...).

6.4.2 Association des repères approchés et du plan primaire

La Figure 51 présente un cas identique à la Figure 35n mais avec des modificateurs \ominus . Les définitions des repères et du plan primaire sont identiques.

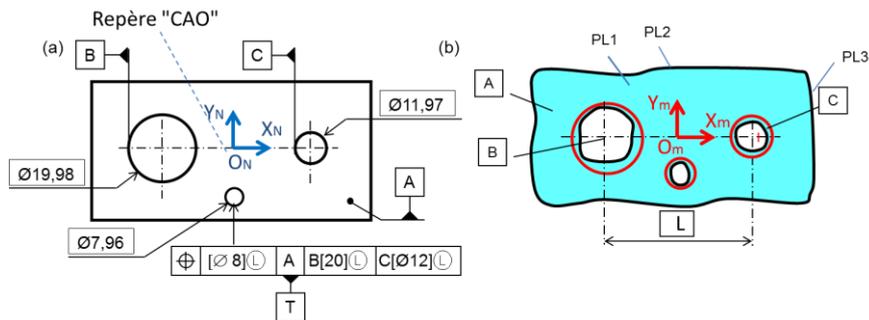


Figure 51 - Association du nominal aux éléments de références

6.4.3 Association des cylindres secondaire et tertiaire

Les références secondaires et tertiaires sont au minimum de matière. Les deux offsets sont :

- $\delta_1 = (19,98 - 20)/2 = -0,01$ (rayon nominal – rayon au \ominus)
- $\delta_2 = (11,97 - 12)/2 = -0,015$

Les écarts e_i doivent être négatifs :

- Pour les points de B : $e_i = \overline{NiMi.ni} - \delta_1 \leq 0$
- Pour les points de C : $e_i = \overline{NiMi.ni} - \delta_2 \leq 0$

NOTE : Ces deux contraintes montrent qu'il n'y a pas forcément d'ordre entre les références secondaire et tertiaire lorsqu'il y a du jeu. Les 2 alésages sont équivalents et pourraient être considérés en référence commune ou en tant que groupe. Le choix n'a pas d'importance, car les définitions sont équivalentes.

6.4.4 Evaluation de la localisation de l'alésage T

La localisation porte sur l'alésage au minimum de matière. L'offset à respecter est :

- $\delta = (7,96 - 8)/2 = -0,02$ (rayon nominal – rayon au \ominus)

La spécification est respectée si :

- Pour les points de T : $e_i = \overline{NiMi.ni} - \delta \leq 0$
- Pour les points de B : $e_i = \overline{NiMi.ni} - \delta_1 \leq 0$
- Pour les points de C : $e_i = \overline{NiMi.ni} - \delta_2 \leq 0$

L'évaluation de la spécification est effectuée en donnant la marge sur le respect de l'exigence au minimum de matière. La marge sur l'exigence sur T est Marge = -max (ei) avec $e_i = \overline{NiMi.ni} - \delta \leq 0$

en respectant les contraintes :

- Pour les points de B : $e_i = \overline{N_i M_i} \cdot \overline{n_i} - \delta_1 \leq 0$
- Pour les points de C : $e_i = \overline{N_i M_i} \cdot \overline{n_i} - \delta_2 \leq 0$

Si les contraintes ne sont pas respectées, il est possible d'estimer les marges sur les références.

- Marge sur B = -max (ei) avec : $e_i = \overline{N_i M_i} \cdot \overline{n_i} - \delta_1 \leq 0$
- Marge sur C = -max (ei) avec : $e_i = \overline{N_i M_i} \cdot \overline{n_i} - \delta_2 \leq 0$ en imposant la contrainte pour les points de B : $e_i = \overline{N_i M_i} \cdot \overline{n_i} - \delta_1 \leq 0$

6.4.5 Référence commune avec et sans modificateur

La Figure 52 présente une liaison primaire formée par un contact sur le cône court A (sans jeu) et par une liaison cylindrique avec jeu sur B. Pour la spécification (2), le jeu est considéré comme défavorable.

Cette cotation suppose que le cône assure l'orientation de l'arbre, mais dans la limite permise par le modificateur mini matière. L'association est réalisée avec les moindres carrés sur les points du cône, tout en imposant les contraintes pour la zone de tolérance sur B.

Pour les points du cône : $S = \sum_{i=1}^n (e_i)^2$ Minimale (n est le nombre de points)

- e_i est l'écart du point M_i à la surface nominale associée $e_i = \overline{N_i M_i} \cdot \overline{n_i}$.

Pour les points du cylindre

$$e_i = \overline{N_i M_i} \cdot \overline{n_i} - \delta \leq 0$$

(δ est la différence entre le rayon au mini matière et le rayon nominal)

Cette association peut être réalisée par exemple avec un solveur. La solution est unique. Il n'y a pas de flottement résiduel.

NOTE 1 : si le cône est considéré comme un cône court, il est assimilable à un point. La cotation doit être réalisée avec un élément de situation de type point sous la forme A[PT].

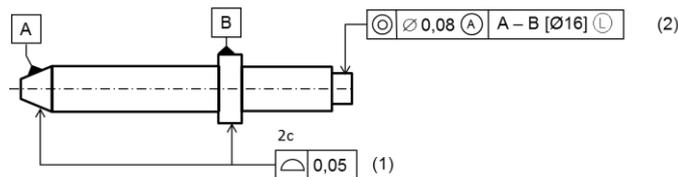


Figure 52 - Liaison cône-cylindre

NOTE 2 : La spécification de forme (1) assure entre autres la coaxialité des deux surfaces A et B.

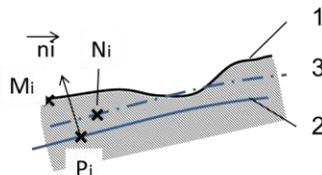
6.5 Identification des écarts à la surface nominale

La Figure 53 définit le processus d'association. A chaque étape de la procédure Figure 34, le nominal est connu dans le repère mesure. Le point P_i visé pour la mesure est choisi sur la surface nominale avec sa normale $\overline{n_i}$. Le point mesuré sur la surface réelle est M_i .

Après association, le nominal a été déplacé. Le point P_i est passé en N_i .

Dans le cas général, l'écart résiduel est : $e_i = \overline{N_i M_i} \cdot \overline{n_i}$

- Avec offset δ : $e_i = \overline{N_i M_i} \cdot \overline{n_i} - \delta$.
- Avec translation dans la direction \vec{p} : $e_i = \overline{N_i M_i} \cdot \overline{n_i} - \delta \cdot \vec{p} \cdot \overline{n_i}$
- Avec un battement d'axe \vec{a} avec un vecteur radial \vec{p}_i : $e_i = \overline{N_i M_i} \cdot \overline{n_i} - \delta \cdot \vec{p}_i \cdot \overline{n_i} - \delta_2 \cdot \vec{a} \cdot \overline{n_i}$



1. Surface réelle
2. Surface nominale avant association
3. Surface nominale après association

P_i : point de la surface nominale avant association
 M_i : point de la surface réelle
 $\overline{n_i}$: normale à la surface nominale en P_i
 N_i : point de la surface nominale après association

Figure 53 - Principe d'association du nominal

Il existe de nombreuses méthodes pour faire cette association. A titre d'exemple, le petit déplacement du nominal peut être caractérisé par une translation (u,v,w) de l'origine du modèle nominal (origine du repère CAO) et par trois rotations (α, β, γ) autour des axes X_N, Y_N, Z_N du modèle nominal.

Le déplacement du point $P_i(x_i, y_i, z_i)$ en N_i peut être approximé par une relation linéaire :

$$\overrightarrow{P_i N_i} = (u + \beta \cdot z_i - \gamma \cdot y_i) \vec{x} + (v + \gamma \cdot x_i - \alpha \cdot z_i) \vec{y} + (w + \alpha \cdot y_i - \beta \cdot x_i) \vec{z}$$

L'opération d'association consiste à rechercher $(u,v,w, \alpha, \beta, \gamma)$ et éventuellement l'offset ou la translation δ tels que le critère d'association minimax ou des moindres carrés soit vérifié. Avec ces deux critères, la solution est unique. Les paramètres du modèle sont parfaitement déterminés.

NOTE : cette méthode convient pour tous les types de surfaces (plan, un ou plusieurs cylindres, surfaces quelconques...), dès que la normale au point P est connue.

7. Associations particulières

7.1 Décalage de la surface associée

Certains mécanismes comportent des mobilités, certaines pièces peuvent se déformer. L'assemblage peut être ajusté par des procédures de réglage, etc. Pour optimiser la cotation, le concepteur peut ajouter des modificateurs afin de reproduire aussi fidèlement que possible le comportement de la liaison.

Les références mobiles, les modificateurs [DV] et \triangleright décalent la surface associée par rapport à la référence qui appartient par définition à l'élément nominal. La référence est donc en position « exacte » par rapport aux autres références. La surface associée est décalée par rapport au nominal.

7.2 Décalage d'une référence \triangleright

New

7.2.1 Décalage d'un plan

REGLE : Avec le modificateur \triangleright « Décalage de la référence », les écarts des points de l'élément de référence à la surface nominale sont compensés d'un écart δ identique pour tous les points dans une direction donnée \vec{p} .

$$ei = \overrightarrow{NiMi} \cdot \vec{n}_i - \delta \cdot \vec{p} \cdot \vec{n}_i$$

La Figure 54a présente une pièce positionnée sur le secteur cylindrique A et orientée par le plan B par l'intermédiaire d'une cale bloquée par une vis.

L'élément de référence A est un secteur cylindrique compris avec une amplitude angulaire de 45°.

La Figure 54b indique que la référence A pour les spécifications (2) et (3) est un cylindre de rayon 25, des moindres carrés associé à l'élément de référence A. B est la référence secondaire pour la localisation (3).

La Figure 54c montre que la localisation (2) laisse une zone de tolérance assez large pour la surface réelle B. Le plan de référence secondaire B ne peut pas respecter simultanément la contrainte extérieure matière et la position nominale par rapport à A. Le modificateur \triangleright de la localisation (3) permet d'associer la surface nominale avec le critère minimax avec un décalage de δ dans la direction normale au plan de normale \vec{n} . Cela revient à associer un plan décalé de δ par rapport à la surface nominale avec le critère minimax.

L'association de la surface nominale B sera réalisée par le critère minimax Avec $ei = \overrightarrow{NiMi} \cdot \vec{n}_i - \delta$.

Le plan nominal B est à 10mm de A et oriente le modèle nominal.

NOTE : Pour cet exemple Figure 54a, la direction de la translation correspond implicitement au serrage imposée par la vis perpendiculairement au plan B.

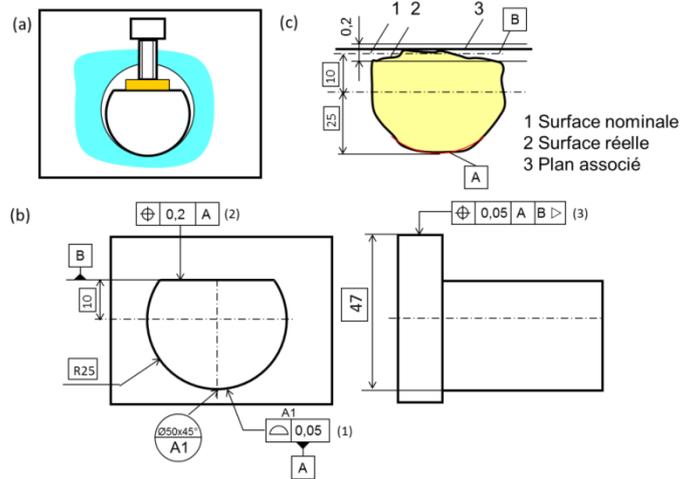


Figure 54 - Référence secondaire à distance variable

7.2.2 Décalage d'une forme complexe

La Figure 55, comporte une rainure avec deux flans de forme complexe. La liaison primaire est assurée par le cylindre A. La direction de déplacement du doigt venant se loger dans l'encoche est représentée par le plan de décalage P défini dans le modèle nominal.

La spécification (2) impose la position de la rainure par rapport à l'axe, mais avec une distance indifférente à l'axe A dans le plan.

- Élément spécifié : tous les points des deux faces de la rainure
- Référence primaire : Cylindre nominal associé à la surface réelle A par les moindres carrés avec offset.
- Translation du modèle nominal selon une direction perpendiculaire au plan P pour placer si possible la surface spécifiée dans la zone de tolérance
- Zone de tolérance : espace limité par deux surfaces offset de 0,05 et -0,05 centré sur la surface nominale.
- La spécification est respectée si l'élément spécifié est dans la zone de tolérance.

Si la direction de décalage est notée \vec{p} , l'écart e_i du point M_i mesuré selon la normale \vec{n}_i au point N_i à la surface associée décalée est :

$$e_i = \overline{N_i M_i} \cdot \vec{n}_i - \delta \cdot \vec{p} \cdot \vec{n}_i$$

Le vecteur \vec{p} est défini dans le repère x,y,z dont l'orientation autour de A est optimisée simultanément à δ lors de l'opération d'association pour minimiser $\max(|e_i|)$ et vérifier si les points sont dans la zone de tolérance.

Pour la localisation (3), la translation laissée par le symbole \triangleright est perpendiculaire à P.

- Élément spécifié : axe réel de l'alésage (lieu des centres des sections)
- Référence primaire : Cylindre nominal associé à la surface réelle A par les moindres carrés avec offset.
- Référence secondaire : surface nominale associée avec le critère des moindres carrés avec un décalage dans la direction \vec{p} perpendiculaire au plan P.

L'écart e_i du point M_i mesuré selon la normale \vec{n}_i au point N_i à la surface associée décalée est :

$$e_i = \overline{N_i M_i} \cdot \vec{n}_i - \delta \cdot \vec{p} \cdot \vec{n}_i$$

L'association par les moindres carrés est effectuée avec deux inconnues : la rotation autour de A et δ . La surface associée à l'encoche est donc une surface identique à la surface nominale, mais translattée de δ dans la direction \vec{p} .

Le modèle nominal de la pièce est positionné par le cylindre A et la surface B, ce qui permet de vérifier la localisation de l'alésage C.

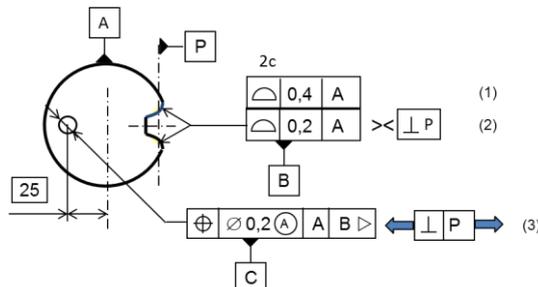


Figure 55 - Système de références cylindre | forme complexe

7.3 Références partielles mobiles

REGLE : les références mobiles avec les mêmes lettres doivent être associées avec le même offset par rapport à la surface nominale.

La Figure 56 comporte une spécification avec un système de références A| B

- La référence primaire A est un plan.
- La référence secondaire B est constituée de quatre zones partielles linéiques, dont deux zones mobiles avec la même lettre B (Les pattes B3 et B4 sont déformables pour assurer un auto-centrage).

L'identification de chaque zone est assurée par plusieurs points mesurés au voisinage de la ligne. Ces zones B1 à B4 couvrant une surface fermée, l'association est réalisée par les moindres carrés, mais avec un décalage identique des appuis mobiles.

- $S = \sum_{i=1}^n (ei)^2$ à minimiser
- n est le nombre de points
- ei est l'écart du point à la surface nominale associée.
 - o Pour les zones fixes : $ei = \overline{NiMi} \cdot \vec{n}_i$
 - o Pour les zones mobiles : $ei = \overline{NiMi} \cdot \vec{n}_i - \delta$

NOTE 1 : L'inconnue δ est une variable à optimiser pour minimiser la somme S.

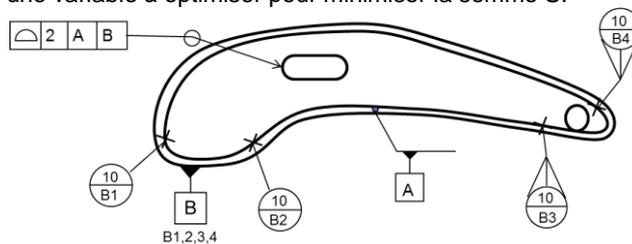


Figure 56 - Références avec des zones mobiles linéiques

NOTE 2 : La distance δ correspond à l'offset de la surface nominale et doit être le même pour toutes les zones partielles de même lettre. L'emploi du paramètre supplémentaire δ permet de lever l'hyperstatisme.

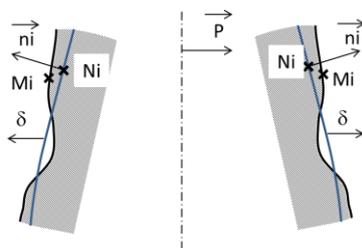
7.4 Variation de distance dans une référence [DV]

New

REGLE : Le modificateur [DV] « distance variable » est applicable pour une référence composées de plusieurs surfaces parfaitement symétriques par rapport à un plan clairement identifié. Les écarts des points de l'élément de référence à la surface nominale de chaque côté du plan de symétrie sont compensés d'un écart δ identique pour tous les points dans la direction normale au plan de symétrie. (Figure 57)

Selon le côté, l'écart ei du point Mi à la surface décalée est :

- $ei = \overline{NiMi} \cdot \vec{n}_i - \delta \cdot \vec{p} \cdot \vec{n}_i$
- $ei = \overline{NiMi} \cdot \vec{n}_i + \delta \cdot \vec{p} \cdot \vec{n}_i$



Ni : point de la surface nominale associée
 Mi : point de l'élément intégral réel
 \vec{n}_i : normale à la surface nominale en N
 \vec{p} : direction du plan de symétrie

Figure 57 - Association de la référence avec distance variable

Dans la Figure 58, la pièce est peu rigide. Dans la spécification (1), la référence B est formée de deux alésages. Il n'y a pas de mini-matière, ce qui sous-entend qu'il n'y a pas de jeu et donc un auto-centrage de la pièce étudiée sur la pièce d'appui. En cas d'écart d'entraxe, la pièce va se déformer lors de l'assemblage sans imposer de contraintes fortes dans les alésages. La déformation est supposée symétrique. La direction donnée par les deux alésages est donc indépendante de la distance entre les alésages. Lors de l'association, le modèle nominal doit être centré sur ce plan de symétrie.

Le plan de symétrie des deux alésages de B étant orienté par le vecteur \vec{p} , l'association sera réalisée en compensant les écarts des points de $\delta \vec{p}$ pour le premier alésage, et $-\delta \vec{p}$ pour l'autre alésage.

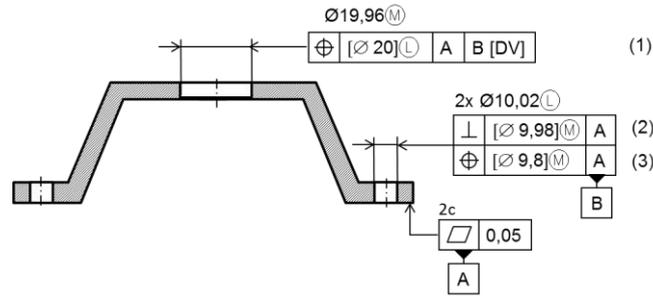


Figure 58 -Référence avec distance variable

L'association des surfaces nominales sera réalisée par les moindres carrés :

$$S = \sum_{i=1}^n (ei)^2 \text{ à minimiser}$$

- n est le nombre de points
- ei est l'écart du point à la surface nominale associée.
 - o Pour les points du cylindre de gauche : $ei = \overline{NiMi} \cdot \vec{n}_i - \delta \cdot \vec{p} \cdot \vec{n}_i - \delta 1$
 - o Pour les points du cylindre de droite : $ei = \overline{NiMi} \cdot \vec{n}_i + \delta \cdot \vec{p} \cdot \vec{n}_i - \delta 2$

NOTE 2 : Les variables à optimiser pour minimiser la somme S sont :

- δ (décalage symétrique des alésages) et
- $\delta 1$ et $\delta 2$ (offset sur les alésages).

Dans le cas de la Figure 58, la Figure 59 montre que cette méthode revient à associer deux cylindres décalés de δ par rapport aux cylindres de référence, mais dans des sens opposés.

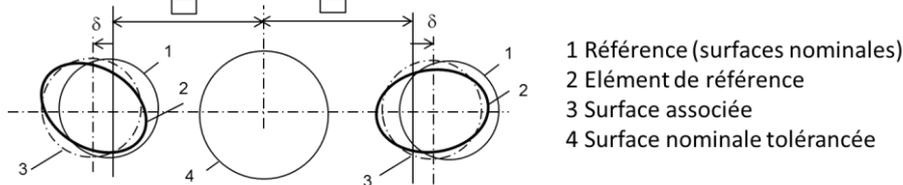


Figure 59 - Variation symétrique de distance

New

7.5 Translation du modèle nominal >>

New

Définition : Pour une spécification, le modèle nominal est associé aux surfaces réelles du système de références. Un indicateur de translation du modèle permet ensuite de translater le modèle pour l'associer à une surface réelle de la pièce.

L'indicateur de translation décrit la direction de translation et la surface réelle à associer.

Dans la Figure 60, la localisation (1) comporte le système de références A|B|C pour positionner le modèle nominal. L'indicateur de translation (2) permet de translater le modèle nominal dans la direction \vec{p} normal au plan P pour que la surface nominale E soit minimax à la surface réelle E.

L'écart entre le point M_i appartenant la surface réelle E et la surface nominale E décalée est :

$$ei = \overline{NiMi} \cdot \vec{n}_i - \delta \cdot \vec{p} \cdot \vec{n}_i$$

La valeur de δ doit être déterminée telle que:

- $ei \leq 0$
- Max (|ei|) minimal

Le modèle nominal est alors translaté de δ dans la direction \vec{p} . La surface nominale F est alors positionnée pour construire la zone de tolérance et vérifier si la surface réelle F respecte la zone de tolérance.

NOTE 1 : Dans le cas de cet exemple, ce critère revient à recherche la plus grande des valeurs $\delta i = \frac{\overline{NiMi} \cdot \vec{n}_i}{\vec{p} \cdot \vec{n}_i}$

NOTE 2 : Si E est une surface complexe, le point M_i à identifier est sur la normale à la surface E au point N_i défini par le premier système de références A|B|C.

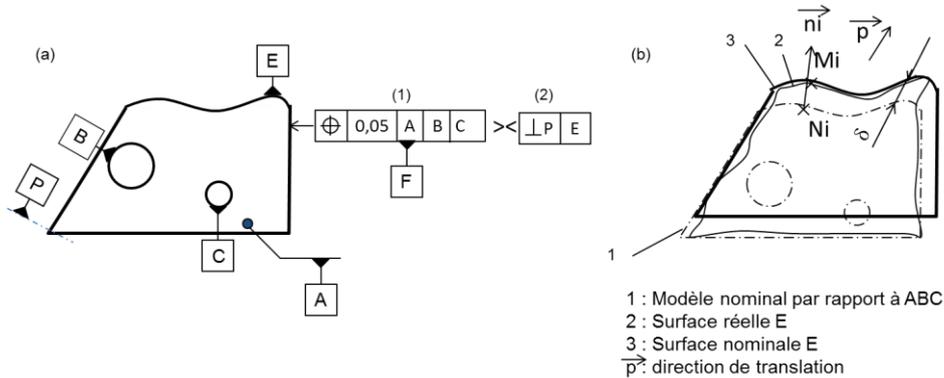


Figure 60 – Translation du modèle nominal dans une direction

Dans la Figure 61, la localisation (1) comporte le système de références A|B|C pour positionner le modèle nominal. L'indicateur de translation (2) permet de traduire le modèle nominal parallèlement au plan A pour que la surface nominale D soit associée à la surface réelle D par les moindres carrés.

L'écart entre le point M_i appartenant à la surface réelle D et la surface nominale D décalée est :

$$e_i = \overline{N_i M_i} \cdot \vec{n}_i - \delta 1 \cdot \vec{x} \cdot \vec{n}_i - \delta 2 \cdot \vec{y} \cdot \vec{n}_i \quad (\vec{x} \text{ et } \vec{y} \text{ sont deux vecteurs du plan A}).$$

Les valeurs de $\delta 1$ et $\delta 2$ doivent être déterminées telles que :

$$S = \sum_{i=1}^n (e_i)^2 \text{ soit minimale.}$$

Le modèle nominal est alors traduit de $\delta 1$ dans la direction \vec{x} et de $\delta 2$ dans la direction \vec{y} . Les axes nominaux du groupe de trous F sont alors positionnés pour construire les zones de tolérance et vérifier si les axes réels F respectent les zones de tolérance.

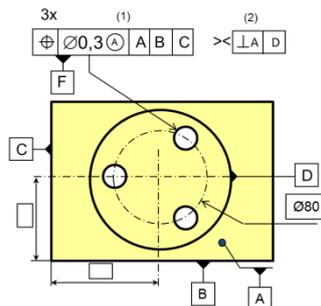


Figure 61 - Translation du modèle nominal dans 2 directions

8. Association des éléments de contact

8.1 Association d'un plan tangent à une surface

8.1.1 Spécification du plan de contact

Le clip représenté Figure 62a sera en contact avec un plan et centré sur un pion. Dans la Figure 62b, le cadre de tolérance de la localisation (3) mentionne A[CF], qui indique que la référence A est associée à un élément de contact.

L'élément de référence A est une surface nominale prismatique.

L'indicateur de référence partielle indique que l'élément de référence est identifié par deux zones partielles A1 et A2 composées de segments de longueur 60mm.

La surface A est au contact avec un élément de contact plan identifié dans le modèle nominal et représenté par un trait mixte à double points et désigné par le nota A[CF].

La localisation des plans supérieurs du clip est définie par une surface nominale définie dans le modèle nominal.

La référence A[CF] est donc un plan associé à la surface A au voisinage des zones partielles linéiques A1 et A2. A[CF] est un plan tangent aux deux lignes de contact. Si les lignes sont bombées, la position retenue est celle qui minimise la distance maxi.

Le degré d'invariance de cette référence primaire est donné par le plan.

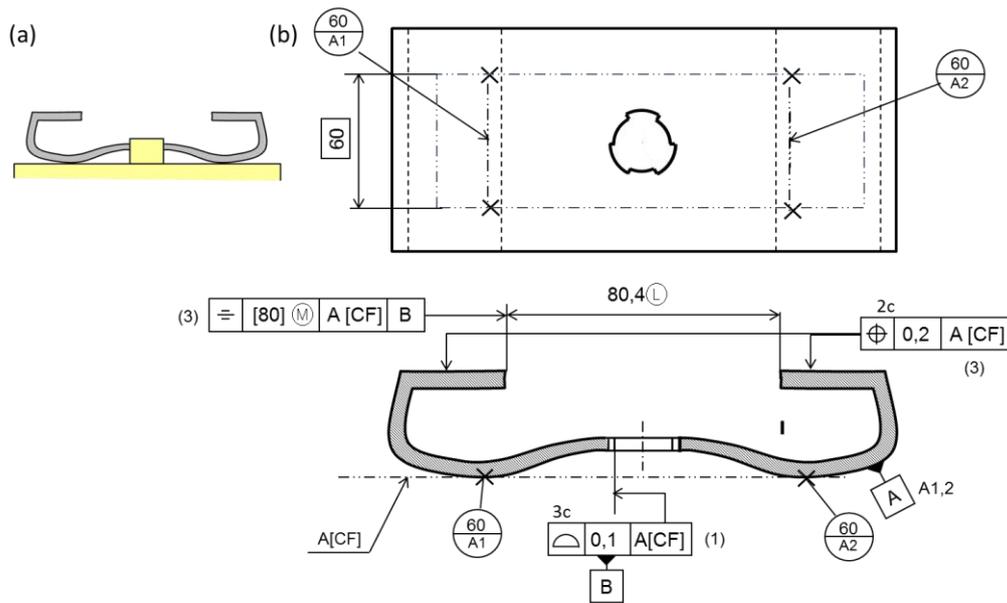


Figure 62 - Elément de contact en référence primaire

NOTE 1 : L'indication A[CF] sur le plan de contact est facultative car il n'y a pas d'ambiguïté, mais elle est nécessaire dans un environnement numérique.

NOTE 2 : Le plan associé est peu sensible à la distance entre les « bosses » de la surface.

8.1.2 Association de l'élément de contact par simulation

Dans ce cas simple, la pièce peut être placée sur une cale plane de largeur 60mm qui simule l'élément de contact.

En cas de positions multiples, la position de référence est celle qui minimise la distance maximale entre la cale et la surface au voisinage des zones de contact. Cette condition peut être obtenue en plaçant 2 cales de même hauteur entre la pièce et la cale pour équilibrer les écarts.

L'élément de contact décrit dans le modèle nominal sera associé au plan de cette cale. La localisation des plans supérieurs est définie par une dimension théoriquement exacte de 40 mm par rapport à cet élément de contact.

8.1.3 Association d'un élément de contact plan par calcul

L'objectif est d'identifier des points au voisinage des zones partielles pour associer le plan de contact. Les constructions sont souvent délicates :

La Figure 63 montre que la surface A doit être définie par des points identifiés au voisinage des lignes de contact A1 et A2. Ces points doivent être répartis dans des tronçons perpendiculaires à cette ligne.

Dans chaque tronçon, une optimisation locale doit permettre d'associer la surface nominale avec uniquement deux translations perpendiculaires au plan de la ligne. Le point représentatif de la surface associée au sein du tronçon est le point de la ligne nominale de contact au milieu du tronçon. L'ensemble des points représentatifs des tronçons définissent les deux lignes réelles de contact. Les écarts e_i sont calculés en ces points.

Le critère minimax s'écrit sous la forme suivante :

- Tous les écarts e_i sont négatifs (le plan A[CF] est tangent extérieur matière)
- $\text{Max}(|e_i|)$ minimal

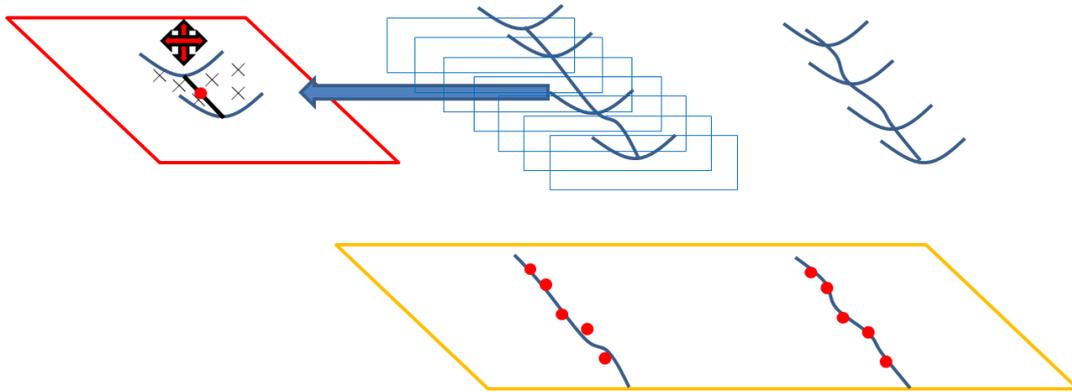


Figure 63 – Plan minmax sur la zone de contact

NOTE :

- Il n'est pas possible d'associer directement un plan à des points identifiés au voisinage des zones partielles par un critère minmax. En effet, en raison de la courbure de la pièce, des points seront inévitablement identifiés en retrait de l'arête. Ces points sont à relativement « grande distance ». Ils vont perturber l'opération de balançage visant à minimiser la distance maxi sur les seules zones partielles linéiques.
- Il n'est pas possible d'associer directement la surface nominale (surface complexe) aux zones partielles par un critère minmax pour définir ensuite un plan tangent à la surface nominale, car en cas d'écartement des parties bombées, la surface nominale peut décoller de l'élément de références. Cette construction reviendrait à définir une référence A[PL]. (Figure 64).

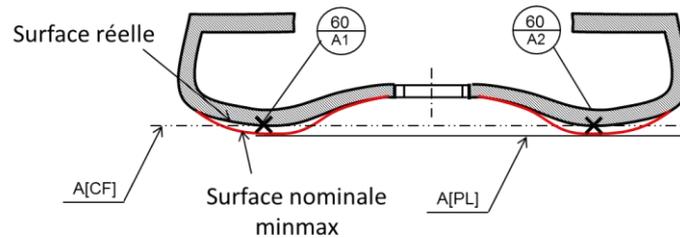


Figure 64 -Différence entre la référence A[PL] et A[CF]

8.1.4 Système de références avec un élément de contact [CF]

La Figure 62 comporte 3 spécifications :

- La perpendicularité (1) de B est définie par rapport à l'élément de contact plan A[CF]. La surface étant formée par 3 secteurs cylindriques, la perpendicularité est définie par une spécification de position par rapport à A[CF]. Le modèle nominal peut glisser sur le plan A[CF] défini sur la pièce.
- La symétrie (3) est définie dans le système de références A[CF] | B dans lequel A[CF] est un plan, B, un cylindre perpendiculaire au plan A[CF], associé par les moindres carrés aux trois secteurs cylindriques avec offset. Le modèle nominal peut glisser sur le plan A[CF] et tourner autour de l'axe de B.

NOTE 1 : cet exemple montre que A[CF] est considéré comme un plan dans la construction du système de références A[CF]|B et que la construction de B se fait avec les règles habituelles.

8.2 Élément de contact sur une arête de faible rayon

La Figure 65 comporte une référence secondaire B sur une surface de très faible rayon. Le besoin fonctionnel est de définir une référence sur l'extrémum de cette surface dans une direction perpendiculaire à A. Il est difficile d'employer une simple référence partielle ponctuelle, car le point nominal de coordonnées x,y,z n'est pas forcément sur le bord vertical de la surface réelle. De plus la normale réelle en ce point sera sans doute assez différente de la normale nominale.

La cotation propose deux éléments de contact cylindriques Ø8 en position relative parfaite par rapport au plan primaire A.

L'élément de contact peut être simulé sur un montage avec un plan A et deux cylindres perpendiculaires à A.

Pour faire une mesure directe sur la pièce, la difficulté est de faire des mesures quelle que soit la hauteur du point de rebroussement de la surface B par rapport à A.

Le palpement direct de deux points pour définir une ligne revient à considérer ces points comme une simple référence partielle, avec la difficulté de palper les points de tangence avec une ligne perpendiculaire à A. Pour cela, une astuce serait d'utiliser un palpeur à touche cylindrique.

Une autre approche Figure 65c consiste à mesurer globalement la surface B pour obtenir une direction générale, puis des points dans deux tronçons aux voisinages des points de contact en autorisant deux translations dans le plan perpendiculaire à la ligne. Les points supposés de contacts sont prélevés sur la ligne nominale de chaque tronçon pour définir la ligne.

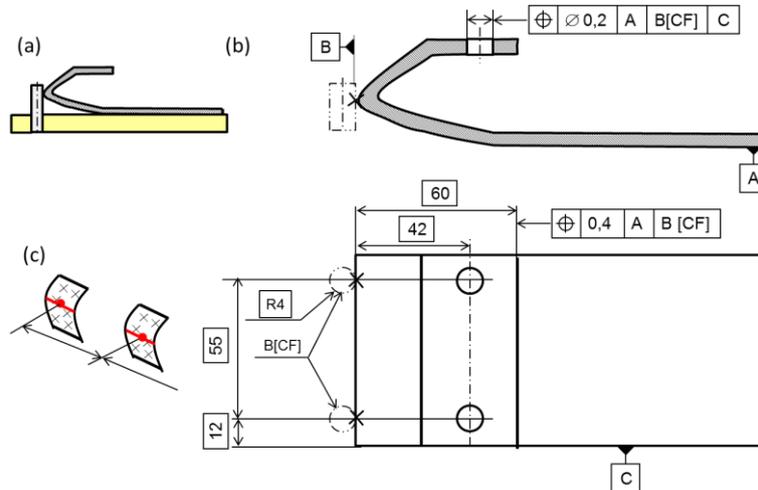


Figure 65 - Elément de contact secondaire

9. Chanfrein et congé

9.1 Principe de mesure

Les chanfreins et les congés sont des caractéristiques locales à identifier dans un plan d'intersection perpendiculairement à l'arête entre les surfaces adjacentes.

La surface du chanfrein ou du congé doit appartenir à la zone de tolérance (Figure 66).

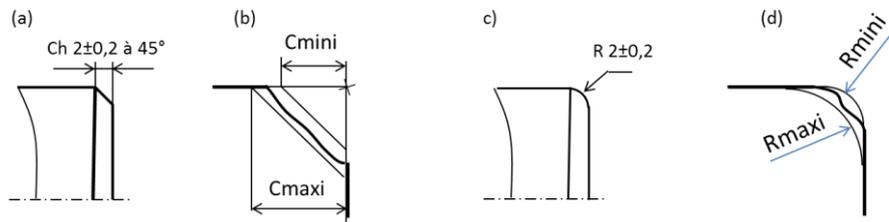


Figure 66 - Définition d'un chanfrein et d'un congé

La pièce est conforme sur la surface réelle est dans la zone de tolérance. Il est donc possible de déterminer la distance de tous les points du chanfrein ou du congé aux limites de la zone de tolérance.

Une autre approche consiste à déterminer la valeur du chanfrein ou du congé qui passe par tout point M appartenant au chanfrein et de vérifier si cette valeur est bien dans l'intervalle de tolérance. La difficulté est que les surfaces réelles adjacentes peuvent avoir un défaut de forme : par exemple, un des plans adjacents à la surface de raccordement peut être voilé. Cela impose une mesure locale dans un plan d'intersection.

9.2 Définition du plan d'intersection

9.2.1 Principe

Pour un congé ou un chanfrein, le plan d'intersection nécessaire à la définition de la ligne de raccordement est défini de manière implicite, comme étant un plan perpendiculaire à l'arête associée aux surfaces réelles adjacente au point considéré de l'arête associée.

NOTE 1 : il n'est pas nécessaire de définir explicitement un plan d'intersection.

NOTE 2 : L'incertitude sur l'orientation du plan d'intersection a une influence du second ordre sur la zone de tolérance et les grandeurs mesurées.

Un repère \vec{x} , \vec{y} doit être construit localement dans chaque plan d'intersection. La position de l'origine de ce repère n'a pas d'influence sur le résultat. Par contre, l'orientation du repère a une influence sur la valeur de la caractéristique mesurée. En effet, ce repère représente la direction des tangentes aux surfaces adjacentes. La méthode préconisée consiste à orienter ce repère sur un plan ou sur la surface de plus grande étendue.

9.2.2 Arêtes dont au moins l'une des deux surfaces adjacentes est un plan

L'arête est définie de manière identique pour un chanfrein ou un congé, à l'aide des surfaces adjacentes.

La Figure 67a représente un chanfrein entre un plan et un cylindre. Les points P_i sont identifiés sur la face plane. Un plan P est associé par le critère minimax. Les points Q_i sont identifiés sur la surface cylindrique à proximité du chanfrein. Un cylindre Q perpendiculaire au plan P est associé aux points Q_i avec un rayon variable par les moindres carrés. L'arête est le cercle intersection de ce cylindre avec le plan P. La direction nominale du chanfrein est donnée par P. Un repère \vec{x} , \vec{y} peut être défini dans chaque plan d'intersection passant par l'axe de Q, le vecteur \vec{x} étant orienté par la surface P.

La Figure 67b représente un chanfrein entre deux plans. Les points P_i sont identifiés sur la face plane qui a la plus grande étendue dans la direction perpendiculaire à l'arête ($e_P > e_Q$). Un plan P est associé par le critère minimax. Les points Q_i sont identifiés sur la seconde surface plane à proximité du chanfrein. Un plan Q perpendiculaire au plan P est associé aux points Q_i avec le critère minimax. L'arête est la droite intersection des deux plans associés. Un repère \vec{x} , \vec{y} peut être défini dans chaque plan d'intersection passant par l'axe de Q, le vecteur \vec{x} étant orienté par la surface P.

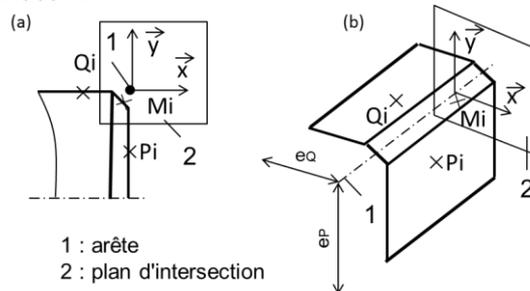


Figure 67 - Identification de l'arête

Plus généralement, lorsque l'arête est définie entre une surface de révolution et un plan nominale perpendiculaire à l'axe, la direction de mesure \vec{x} est donnée par le plan. Sinon, la surface associée en premier est la surface de plus grande étendue dans le plan perpendiculaire à l'arête. En cas d'égalité, prendre la surface qui correspond à la plus grande dimension de la pièce.

9.2.3 Arête fictive nominale pour un congé

Pour un congé de rayon R, l'arête fictive est la ligne intersection des deux surfaces offset des surfaces nominales adjacentes au congé de raccordement (Figure 68a) avec un offset de rayon R. Si les surfaces adjacentes sont des plans, l'arête fictive est une droite parallèle à la droite intersection des plans adjacents (Figure 68b).

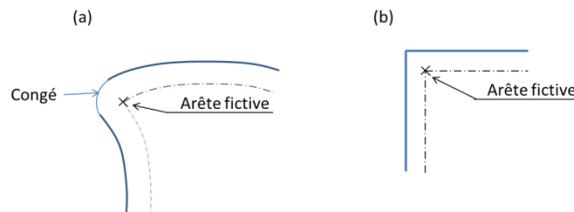


Figure 68 - Définition de l'arête fictive nominale pour un congé

9.2.4 Arête fictive nominale pour un chanfrein

Pour un chanfrein, si le chanfrein de raccordement n'est pas représenté dans le modèle nominal, l'arête est directement la ligne intersection des surfaces adjacentes (Figure 69a). En particulier, pour un chanfrein entre deux plans, l'arête est la droite intersection des deux plans (Figure 69b). Pour un chanfrein entre une surface de révolution et un plan perpendiculaire à l'axe, l'arête est un cercle.

Si le chanfrein est représenté, l'arête fictive considérée sera l'une des deux arêtes intersection du chanfrein avec les faces adjacentes (Figure 69c).

NOTE : la largeur du chanfrein étant constante, les deux arêtes intersection du chanfrein avec les deux surfaces adjacentes sont localement parallèles et perpendiculaires à la droite génératrice du chanfrein. Le choix de l'une ou l'autre des arêtes intersection n'aura donc aucune incidence sur le plan d'intersection.

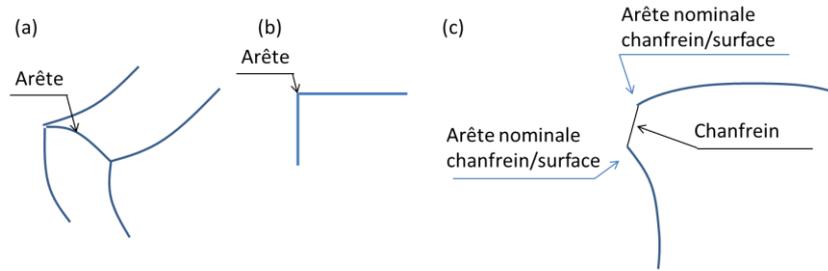


Figure 69 - Définition de l'arête fictive nominale pour un chanfrein

9.2.5 Définition du plan d'intersection

Le modèle nominal comporte notamment les surfaces nominales adjacentes et l'arête ou l'arête fictive. Ce modèle nominal est associé aux deux surfaces restreintes adjacentes réelles en une seule opération avec un critère des moindres carrés et une répartition uniforme des points au voisinage de l'arête ou au voisinage du plan d'intersection désiré.

Le plan d'intersection est perpendiculaire à l'arête ou de l'arête fictive définie dans ce modèle nominal au point considéré.

NOTE : Pour permettre cette association, un congé (ou un chanfrein) ne peut être défini que si les deux surfaces adjacentes ont des étendues supérieures à 0,5 fois le rayon nominal (ou la valeur du chanfrein nominal) dans le plan d'intersection.

Il est en particulier impossible de définir un congé entre une surface et une ligne.

9.3 Mesure de la valeur locale d'un chanfrein

Pour un chanfrein à 45° (Figure 66a), la zone de tolérance est comprise entre le chanfrein maxi et le chanfrein mini donnés par l'intervalle de tolérance (Figure 66b).

La caractéristique à vérifier est la valeur locale du chanfrein passant par le point M_i de la surface réelle du chanfrein. Ce chanfrein est défini dans un plan d'intersection passant par le point M_i , perpendiculaire à l'arête.

La méthode consiste à choisir un plan d'intersection, (Figure 70a) puis à identifier un ou plusieurs points M_i sur le chanfrein au voisinage de ce plan d'intersection, puis un point P et un point Q sur chaque face adjacente à la distance d de l'arête définie ci-dessus.

La distance d est voisine de $1,5 \times C_{\text{maxi}}$
(C_{maxi} = valeur maximale du chanfrein).

Si la direction \vec{x} est la direction définie ci-dessus, la valeur locale du chanfrein passant par le point M_i est :

$$C_i = (Y_Q - Y_{M_i}) + (X_P - X_{M_i})$$

La spécification du chanfrein est respectée si pour tous les points M_i :

$$C_{\text{mini}} \leq C_i \leq C_{\text{maxi}}$$

NOTE 1 : Si la surface portant le point Q est de révolution et si le point Q n'est pas dans le plan d'intersection, la différence $(Y_Q - Y_{M_i})$ peut être calculée avec $\rho_Q - \rho_{M_i}$, ρ étant la distance du point à l'axe de la surface de révolution.

NOTE 2 : pour un chanfrein évolutif, les valeurs C_{maxi} et C_{mini} dépendent de la position du plan d'intersection. La distance d est également évolutive.

Pour un chanfrein quelconque (Figure 70b et c), le principe de mesure est identique.

$C_i = C_1 + C_2$ avec :

$$C_1 = (Y_Q - Y_{M_i} + (X_Q - X_{M_i}) \tan \alpha) / (\tan \gamma - \tan \alpha)$$

$$C_2 = (X_P - X_{M_i} - (Y_{M_i} - Y_P) \tan \beta) / (1 - \tan \gamma \cdot \tan \beta)$$

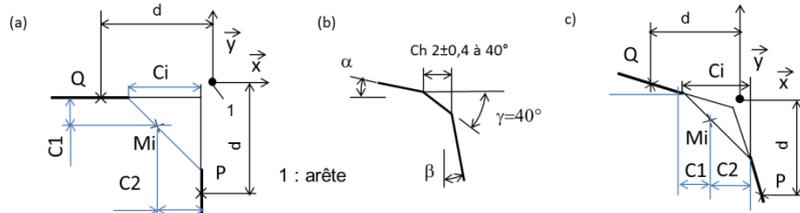


Figure 70 - Caractérisation d'un chanfrein

9.4 Mesure de la valeur locale d'un congé

Pour un congé (Figure 66a), la zone de tolérance est comprise entre le congé maxi et le congé mini donnés par l'intervalle de tolérance (Figure 66b).

La caractéristique à vérifier est la valeur locale du congé passant par le point M_i de la surface réelle du congé et tangent localement aux faces voisines.

La méthode consiste à choisir un plan d'intersection, (Figure 71a) puis à identifier un ou plusieurs points M_i sur le congé au voisinage de ce plan d'intersection, puis un point P et un point Q sur chaque face adjacente à la distance d de l'arête définie ci-dessus.

La distance d est voisine de $1,5 \times R$ maxi
(R maxi = valeur maximale du congé).

Si la direction \vec{x} est la direction de mesure et si le congé est défini entre deux segments perpendiculaires, le rayon local est :

$$R_i = (XP - XM_i + YQ - YM_i) + \sqrt{2(XP - XM_i)(YQ - YM_i)}$$

La spécification du congé est respectée si pour tous les points M_i
 $R_{\text{mini}} \leq R_i \leq R_{\text{maxi}}$

NOTE 1 : Si la surface portant le point Q est de révolution et si le point Q n'est pas dans le plan d'intersection, la différence $(YQ - YM_i)$ peut être calculée avec $\rho_Q - \rho_{M_i}$, ρ étant la distance du point à l'axe de la surface de révolution.

NOTE 2 : pour un congé évolutif, les valeurs R maxi et R mini dépendent de la position du plan d'intersection. La distance d est également évolutive.

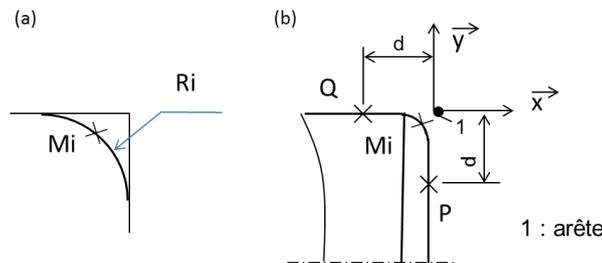


Figure 71 - Identification d'un congé

Si i est l'incertitude de mesure selon la normale à la surface en M et sur les points P et Q pour définir les lignes adjacentes, l'incertitude sur R_i est :

$$iR = 5,82 \times i$$

Si la tolérance sur le rayon est $t = 0,2$, pour avoir une incertitude sur la grandeur mesurée $t/10$, l'incertitude i sur chaque point doit être $i = t/10 \times 5,82 = 0,003m$.

NOTE : Un congé est une entité de très faible étendue dans le plan d'intersection. La mesure est réalisable avec une seule position du capteur. L'incertitude de mesure dépend essentiellement du capteur et de l'orientation des surfaces adjacentes.

La définition est similaire pour des lignes adjacentes non perpendiculaires. La relation de calcul du rayon local dépend des angles α et β .

9.5 Mesure de la valeur locale d'un congé sur un coin

La méthode peut être étendue à des congés entre 3 surfaces.

Dans le cas d'un coin entre 3 plans perpendiculaires, il faut identifier 3 points P, Q et N à la distance d des arêtes et un ou plusieurs points Mi sur le coin.

- P est le plan de plus grande étendue associé par minimax
- Q est le plan de plus grande étendue par rapport à l'autre arête associé par minimax \perp P
- N est le plan \perp P et \perp Q passant par N.

Si Ri est le rayon de la sphère tri-tangente aux 3 plans passant par le point :

$$R_{\text{mini}} \leq R_i \leq R_{\text{maxi}}$$

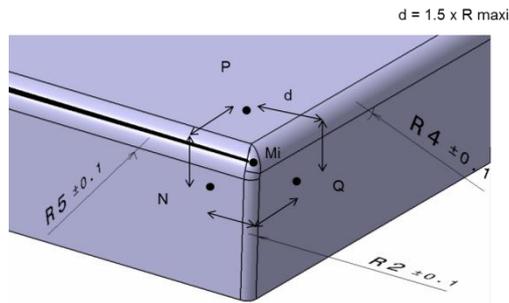


Figure 72 - Identification d'un congé entre 3 surfaces

10. Dimensions locales

10.1.1 Dimension locale entre deux faces localement parallèles

La Figure 73a comporte deux plans parallèles face à face et deux points P et Q identifier sensiblement face à face. Soit \vec{n} la normale au plan supérieur.

La dimension locale en P est $d = \overrightarrow{PQ} \cdot \vec{n}$

La construction correspondante consiste à associer un plan PL1 des moindres carrés à l'une des faces, puis à construire une droite DR1 perpendiculaire à ce plan PL1. Si Pi et Qi sont deux points identifiés sensiblement face à face, P'i et Q'i sont les projections des points Pi et Qi sur la droite DR1. La distance locale entre Pi et Qi est égale à la distance P'i, Q'i.

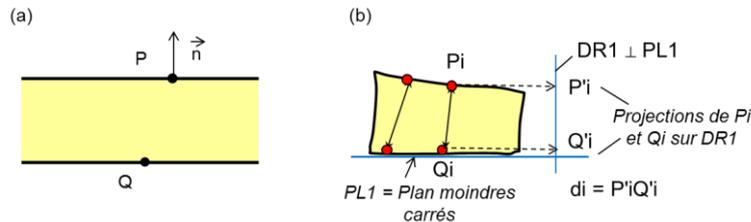


Figure 73 – Distances locales entre deux plans parallèles

La Figure 74 comporte deux surfaces face à face et deux points P et Q. Les deux surfaces sont localement nominalement parallèles. Soit \vec{n} la normale au point P.

La dimension locale en P est $d = \overrightarrow{PQ} \cdot \vec{n}$

La construction correspondante consiste à associer une surface nominale des moindres carrés à l'une des faces. Si Pi et Qi sont deux points identifiés sensiblement face à face, construire une droite DR1 perpendiculaire à cette surface passant par le point Pi. Q'i est la projection de Qi sur la droite DR1. La distance locale entre Pi et Qi est égale à la distance Pi, Q'i.

NOTE : la normale au point P peut également être obtenue en mesurant 2 autres points au voisinage du point P pour déterminer une normale locale.

$$\vec{n} = \frac{\overrightarrow{PP1} \wedge \overrightarrow{PP2}}{\|\overrightarrow{PP1} \wedge \overrightarrow{PP2}\|}$$

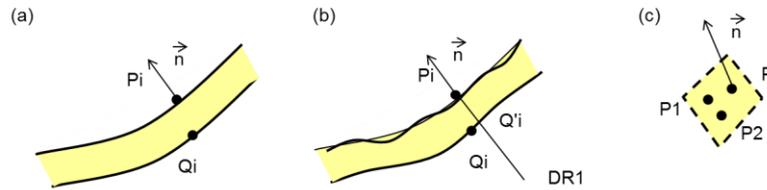


Figure 74 – Epaisseur de paroi nominale localement parallèle

10.1.2 Diamètre local d'un cylindre

La Figure 75a illustre la difficulté d'identifier deux points rigoureusement symétrique par rapport à l'axe.

NOTE : il ne faut pas faire directement le distance de P à Q, car la distance peut être largement minorée ou majorée.

Associer le cylindre CYL1 au cylindre réel complet par les moindres carrés. Construire le plan PL1 perpendiculaire à CYL1

Pour chaque section, définir un cercle projeté avec 2 points P_i et Q_i identifiés sensiblement face à face et un troisième point R_i au voisinage de la même section. Le diamètre local est le diamètre du cercle projeté associé avec les moindres carrés.

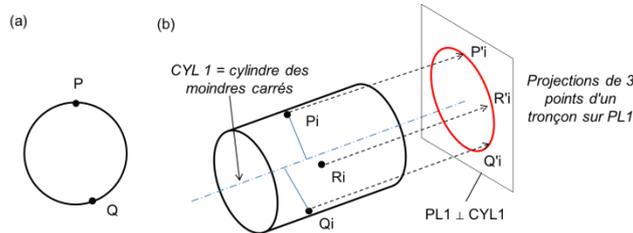


Figure 75 - Diamètre local d'un cylindre